

# **DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA DE CÁLCULO PARA APOIO AO DIMENSIONAMENTO DE SECÇÕES EM BETÃO ARMADO SUJEITAS A FLEXÃO DESVIADA**

**TIAGO JORGE DA SILVA PAIS**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Orientador: Professor Doutor José Miguel de Freitas Castro

---

Coorientador: Engenheiro Luís Augusto Ferreira Rodrigues de  
Macedo

FEVEREIRO DE 2016

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2015/2016**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2015/2016 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2015*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus Pais e Irmã

*A curiosidade é mais importante do que o conhecimento*

*Albert Einstein*



## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Miguel Castro, enquanto meu orientador, agradeço por todo o entusiasmo e motivação que me transmitiu ao longo do desenvolvimento da dissertação, pelo apoio e disponibilidade sempre demonstrados e, indubitavelmente, por toda a sabedoria que me proporcionou e que de outra forma não seria possível.

Ao Engenheiro Luís Macedo, o meu co-orientador, manifesto o meu mais sincero apreço por toda a orientação prestada ensinamentos, experiência transmitida, conselhos e, claro, pela sua paciência.

Ao Engenheiro Marco Vieira, que contribuiu para o conhecimento do problema resolvido do ponto de vista profissional.

Ao Engenheiro Rui Barros, agradeço pela ajuda prestada na definição API desenvolvida.

Aos meus amigos e colegas de curso, destacando as minhas companheiras de tese, por toda a amizade que partilhamos, pelos bons e maus momentos e, claro, pela tolerância que sempre demonstraram.

À minha família agradeço por tudo aquilo que sempre me proporcionaram, estou grato por me terem sempre feito a sua prioridade, por estarem sempre presentes e por acreditarem em mim. Enfim, pela minha formação enquanto pessoa, sem eles não seria quem sou hoje, não teria provavelmente oportunidades como aquela que me permitiu chegar a este momento de realização de uma dissertação de mestrado. A eles, por estas e infinitas razões: um muito obrigado.



## **RESUMO**

Neste trabalho foi desenvolvida uma ferramenta para o cálculo de secções de betão armado sujeitas a flexão desviada e a respetiva verificação de segurança aos estados limite último e estado limite de serviço. Juntamente com a ferramenta foi desenvolvida uma API (Application Programming Interface) de acesso, permitindo dessa forma a sua fácil programação em qualquer interface gráfica que se pretenda desenvolver.

A utilização desta ferramenta poderá apoiar os engenheiros projetistas de estruturas no trabalho de projeto e dimensionamento de estruturas de betão armado. A ferramenta revela-se uma alternativa versátil face aos programas existentes no mercado, foram implementadas questões que não são cobertas pela maioria dos programas como a possibilidade de introdução de listas de combinações em alternativa à introdução de cada uma das combinações individualmente ou a possibilidade da realização de análises no mesmo software de combinações de estado limite último e estado limite de serviço. A ferramenta foi também desenvolvida de forma modular o que permite a qualquer momento a adição de novos módulos de forma simples, que permitam a resolução de problemas que não foram resolvidos inicialmente no desenvolvimento da ferramenta.

A ferramenta foi desenvolvida em linguagem Python e a construção da API de acesso tem como objetivo permitir o alojamento da ferramenta num servidor e poder ser acedida remotamente via internet, permitindo a programação de aplicações em ambiente web, possibilidade que foi proposta para desenvolvimentos futuros.

A ferramenta realiza o cálculo seccional através da realização de análises não lineares de secção recorrendo ao programa OpenSees. Posteriormente o algoritmo analisa os resultados e realiza as verificações de segurança de acordo com as listas de combinações de ações introduzidas.

À data da redação deste documento a ferramenta é capaz de realizar todas as análises apoiadas na regulamentação Europeia para o projeto de estruturas de betão (EC2).

**PALAVRAS-CHAVE:** Secções de Betão, Verificação de Segurança, API, Python, OpenSees, Análise não-linear.





## **ABSTRACT**

This dissertation presents the development of a computational tool for the analysis of reinforced concrete cross-sections subjected to biaxial bending. The tool performs the design checks prescribed in Eurocode 2 for both the ultimate and serviceability limit states resorting to nonlinear cross-section analysis using the open-source software OpenSees. A web-based Application Programming Interface (API) was also implemented which allows the development of web applications aimed at the analysis and design of reinforced-concrete cross-sections.

The tool developed in this work is useful for civil engineers dealing with the design of RC structures. One of the main features of the tool is the possibility of performing the design checks for multiple internal force combinations. This feature is not found in most of the software codes available in the market. The possibility of performing simultaneous design checks for the ultimate and serviceability limit states is another important feature of the tool. The tool was developed in Python following an object-oriented approach. This allows its extension in the future, namely to account for new cross-section shapes.

**KEYWORDS:** Concrete sections, Safety Check, API, Python, OpenSees, nonlinear analysis.



## ÍNDICE GERAL

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	i
<b>RESUMO</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO .....	1
1.2. OBJETIVO E MÉTODO .....	1
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	2
<b>2. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 2</b> .....	3
2.1. INTRODUÇÃO .....	3
2.2. GENERALIDADES .....	3
2.3. MATERIAIS .....	3
2.3.1. BETÃO .....	4
2.3.1.1. Propriedades .....	4
2.3.1.2. Leis constitutivas .....	9
2.3.2. AÇO .....	11
2.3.2.1. Propriedades .....	11
2.3.2.2. Leis constitutivas .....	11
2.4. CÁLCULO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO .....	12
2.4.1. ESTADO LIMITE ÚLTIMO .....	12
2.4.2. ESTADO LIMITE DE SERVIÇO .....	13
2.4.2.1. Limitação das tensões .....	13
2.4.2.2. Controlo da fendilhação .....	14
2.5. METODOLOGIAS DE CÁLCULO .....	15
2.5.1. ABORDAGEM ANALÍTICA .....	16
2.5.2. ABORDAGEM COM RECURSO A ÁBACOS .....	19
2.5.3. RECURSO A ANÁLISE NÃO LINEAR .....	22
2.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	23
<b>3. DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA VERIFICAÇÃO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO</b> .....	25
3.1. INTRODUÇÃO .....	25
3.2. ORGANIZAÇÃO E MODULARIDADE DO CÓDIGO .....	25
3.3. EXECUÇÃO DO PROGRAMA .....	27
3.3.1. INTRODUÇÃO .....	27
3.3.2. EXECUÇÃO DIRETA .....	28
3.3.2.1. Introdução de dados .....	28
3.3.2.2. Procedimento de execução do programa .....	29
3.3.2.3. Apresentação de resultados .....	30

3.3.3.	EXECUÇÃO UTILIZANDO UMA API .....	31
3.3.3.1.	Introdução de dados .....	31
3.3.3.2.	Apresentação de resultados .....	31
<b>3.4.</b>	<b>ANÁLISES SECCIONAIS .....</b>	<b>32</b>
3.4.1.	ANÁLISES NÃO LINEARES GERADAS E EXECUTADAS DURANTE EXECUÇÃO DO PROGRAMA .....	32
3.4.1.1.	Verificações ao ELU .....	35
3.4.1.2.	Verificações ao ELS .....	38
<b>3.5.</b>	<b>ABORDAGEM DA CONSIDERAÇÃO DO EFEITO DE CONFINAMENTO DO BETÃO CONFERIDO PE-</b>	
	<b>LAS ARMADURAS TRANSVERSAIS .....</b>	<b>39</b>
3.5.1.	DEFINIÇÃO DAS SECÇÕES ANALISADAS .....	39
3.5.2.	INFLUÊNCIA A NÍVEL MATERIAL .....	41
3.5.2.1.	Solução de armadura resistente ao esforço transversal com $\phi 6//30$ .....	41
3.5.2.2.	Solução de armadura transversal $\phi 6//10$ .....	42
3.5.2.3.	Solução de armadura transversal $\phi 10//30$ .....	44
3.5.2.4.	Solução de armadura transversal $\phi 10//10$ .....	45
3.5.2.5.	Conclusões .....	47
3.5.3.	COMPARAÇÃO DE CURVAS MOMENTO-CURVATURA .....	47
3.5.3.1.	Solução de armadura transversal $\phi 6//30$ .....	48
3.5.3.2.	Solução de armadura transversal $\phi 6//10$ .....	49
3.5.3.3.	Solução de armadura transversal $\phi 10//30$ .....	50
3.5.3.4.	Solução de armadura transversal $\phi 10//10$ .....	51
3.5.3.5.	Conclusões .....	52

<b>4.</b>	<b>CASOS DE ESTUDO: COMPARAÇÃO COM OUTROS</b>	
	<b>SOFTWARES E TABELAS .....</b>	<b>53</b>
4.1.	INTRODUÇÃO .....	53
4.2.	APRESENTAÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO .....	53
4.3.	CASO DE ESTUDO 1: SECÇÃO RETANGULAR .....	54
4.3.1.	DEFINIÇÃO DA SECÇÃO .....	54
4.3.2.	COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS .....	55
4.3.2.1.	Combinações ELU .....	55
4.3.2.2.	Combinações ELS .....	56
4.3.3.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC_SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS	
	DE CÁLCULO .....	56
4.3.3.1.	Resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	56
4.3.3.2.	Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço .....	58
4.4.	CASO DE ESTUDO 2: SECÇÃO CIRCULAR .....	59
4.4.1.	DEFINIÇÃO DA SECÇÃO .....	59
4.4.2.	COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS .....	59
4.4.2.1.	Combinações ELU .....	59
4.4.2.2.	Combinações ELS .....	60
4.4.3.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC_SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS	
	DE CÁLCULO .....	61
4.4.3.1.	Resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	61
4.4.3.2.	Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço .....	62
4.5.	CASO DE ESTUDO 3: SECÇÃO EM T .....	62
4.5.1.	DEFINIÇÃO DA SECÇÃO .....	63
4.5.2.	COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS .....	63
4.5.2.1.	Combinações ELU .....	63

4.5.2.2.	Combinações ELS .....	64
4.5.3.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC_SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS DE CÁLCULO .....	65
4.5.3.1.	Resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	65
4.5.3.2.	Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço .....	66
<b>4.6.</b>	<b>CASO DE ESTUDO 4: SECÇÃO EM I</b> .....	66
4.6.1.	DEFINIÇÃO DA SECÇÃO .....	66
4.6.2.	COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS .....	67
4.6.2.1.	Combinações ELU .....	67
4.6.2.2.	Combinações ELS .....	68
4.6.3.	RESULTADOS DO RC_SECTION.PY .....	69
4.6.3.1.	Resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	69
4.6.3.2.	Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço .....	70
<b>4.7.</b>	<b>CASO DE ESTUDO 5: SECÇÃO EM U</b> .....	70
4.7.1.	DEFINIÇÃO DA SECÇÃO .....	70
4.7.2.	COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS .....	71
4.7.2.1.	Combinações ELU .....	71
4.7.2.2.	Combinações ELS .....	72
4.7.3.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC_SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS DE CÁLCULO .....	72
4.7.3.1.	Resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	72
4.7.3.2.	Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço .....	74
<b>4.8.</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	74
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	75
<b>5.1.</b>	<b>SUMÁRIO E CONCLUSÕES</b> .....	75
<b>5.2.</b>	<b>DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b> .....	75



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 - Propriedades do betão de acordo com o EC2 [1] .....	5
Fig. 2.2 - Secção retangular com os parametros necessários ao cálculo representados. ....	6
Fig. 2.3 - Secção circular com os parametros necessários ao cálculo representados. ....	7
Fig. 2.4 - Ábaco para a leitura da tensão efectiva de compressão lateral devida à cintagem. ....	9
Fig. 2.5 - Representação da lei constitutiva real do betão .....	9
Fig. 2.6 - Representação de uma lei constitutiva de cálculo sugerida pelo EC2 [1] .....	10
Fig. 2.7 - Representação de uma lei constitutiva de cálculo sugerida pelo EC2 [1] .....	10
Fig. 2.8 - Comparação das curvas $\sigma - \varepsilon$ do Betão sem confinamento com o betão confinado .....	11
Fig. 2.9 - Representação da lei constitutiva real do aço .....	12
Fig. 2.10 - Representação das leis constitutivas de cálculo sugerida pelo EC2 [1] .....	12
Fig. 2.11 - Distribuições de tensões admissíveis no estado limite último .....	13
Fig. 2.12 - Secções efetivas de betão tracionado .....	15
Fig. 2.13 - Fase 3 - Representação dos diagramas de extensões, tensões e forças que se desenvolvem na secção .....	16
Fig. 2.14 - Influencia nos diagramas de tensão, na passagem da Fase 1 para a Fase 2 .....	18
Fig. 2.15 - Exemplo de uma tabela de cálculo de uma secção retangular sujeita à flexão simples .....	20
Fig. 2.16 - Exemplo de uma tabela de cálculo de uma secção em T sujeita à flexão composta .....	21
Fig. 2.17 - Exemplo de um ábaco de cálculo de uma secção quadrangular sujeita à flexão composta .....	22
Fig. 2.18 - Excerto do EC2 onde é abordada a questão das análises não lineares .....	23
Fig. 2.19 - Exemplo de uma secção discretizada em fibras para realização da análise não linear .....	23
Fig. 3.1 - Relação da classe mãe com as suas subclasses .....	26
Fig. 3.2 - Representação de alguns métodos da classe mãe Rc.section .....	26
Fig. 3.3 - Representação de alguns métodos de algumas subclasses da classe mãe Rc.section .....	27
Fig. 3.4 - Ficheiro de armazenamento de combinações de ações .....	28
Fig. 3.5 - Inicialização de todas as geometrias suportadas pelo programa .....	29
Fig. 3.6 - Exemplo da execução do programa via script em Python .....	29
Fig. 3.7 - Exemplo da execução do programa utilizando diretamente a consola Python .....	30
Fig. 3.8 - Exemplo de parte de um relatório de verificações .....	30
Fig. 3.9 - Exemplo de um pedido JSON .....	31
Fig. 3.10 - Acções enviadas no pedido JSON .....	31
Fig. 3.11 - Exemplo de uma resposta em JSON .....	32
Fig. 3.12 - Excerto do template de análise OpenSees .....	33
Fig. 3.13 - Excerto do template de análise OpenSees depois de preenchido .....	34
Fig. 3.14 - Exemplo da definição da secção .....	36
Fig. 3.15 - Excerto de código do programa Rc.section.py que apresenta o método ec2.init .....	37
Fig. 3.16 - Diagrama do fluxo do programa numa verificação ELS .....	38
Fig. 3.17 - Diagrama do fluxo do programa numa verificação ELS .....	39
Fig. 3.18 - Secção quadrangular para consideração do efeito do confinamento do betão .....	40
Fig. 3.19 - Secção circular para consideração do efeito do confinamento do betão .....	40
Fig. 3.20 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular .....	42

Fig. 3.21 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular....	42
Fig. 3.22 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular.....	43
Fig. 3.23 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular....	44
Fig. 3.24 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular.....	45
Fig. 3.25 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular....	45
Fig. 3.26 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular	46
Fig. 3.27 -Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular....	47
Fig. 3.28 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	48
Fig. 3.29 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	48
Fig. 3.30 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	49
Fig. 3.31 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	49
Fig. 3.32 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	50
Fig. 3.33 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	50
Fig. 3.34 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	51
Fig. 3.35 -Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão .....	51
Fig. 4.1 - Secção Retangular .....	55
Fig. 4.2 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	57
Fig. 4.3 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	58
Fig. 4.4 - Secção Circular .....	59
Fig. 4.5 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	61
Fig. 4.6 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	62
Fig. 4.7 - Secção em T .....	63
Fig. 4.8 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	65
Fig. 4.9 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	66
Fig. 4.10 -Secção em I.....	67
Fig. 4.11 -Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	69
Fig. 4.12 -Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	70
Fig. 4.13 -Secção em U.....	71
Fig. 4.14 -Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	73
Fig. 4.15 -Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações .....	73



## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 - Coeficientes de segurança dos materiais .....	4
Quadro 4.1 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises .....	55
Quadro 4.2 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises .....	56
Quadro 4.3 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	57
Quadro 4.4 - Comparação dos resultados obtidos entre os programas Rc.section.py e o XD-ConServ - Limitação de tensões .....	58
Quadro 4.5 - Comparação dos resultados obtidos entre os programas Rc.section.py e o XD-ConServ - Controlo de fendilhação .....	59
Quadro 4.6 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises .....	60
Quadro 4.7 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises .....	60
Quadro 4.8 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	61
Quadro 4.9 - Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço - Limitação de Tensões .....	62
Quadro 4.10 -Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises .....	64
Quadro 4.11 -Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises .....	64
Quadro 4.12 -Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	65
Quadro 4.13 -Comparação dos resultados obtidos entre os programas Rc.section.py e o XD-ConServ - Limitação de tensões .....	66
Quadro 4.14 -Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises .....	68
Quadro 4.15 -Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises .....	68
Quadro 4.16 -Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	69
Quadro 4.17 -Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço - Limitação de Tensões .....	70
Quadro 4.18 -Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises .....	71
Quadro 4.19 -Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises .....	72
Quadro 4.20 -Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último .....	72
Quadro 4.21 -Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço - Limitação de Tensões .....	74



# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO

A decisão do desenvolvimento deste trabalho assentou na carência de ferramentas informáticas completas, e cujo o custo justifique a sua aquisição por parte dos gabinetes de projeto, que possam apoiar o engenheiro projetista no processo de dimensionamento de estruturas em betão armado. Existem já atualmente algumas ferramentas dedicadas a tentar resolver este tipo de problemas, No entanto é frequente apresentarem algumas limitações que dificultam a sua utilização. Algumas das limitações características das ferramentas já disponíveis no mercado são o facto de estarem disponíveis para um numero limitado de sistemas operativos (na sua maioria preparadas para correr somente em ambiente Windows), a introdução de dados ser pouco intuitiva para o utilizador, não permitirem o cálculo de listas de combinações de ações, sendo necessário proceder à sua introdução individual, e ainda o facto de não suportarem expansibilidade de funcionalidades, entre outras. Como será descrito na próxima secção, a ferramenta desenvolvida foi preparada para funcionar num modelo de computação na nuvem, o que traz uma série de vantagens em relação às ferramentas encontradas atualmente. A utilização da ferramenta na nuvem, onde os cálculos são realizados num servidor remoto, vem trazer diversas vantagens relativamente às existentes e utilizadas localmente nos computadores dos utilizadores. Uma das vantagens é o facto de ser executada em computadores com melhor desempenho o que nos permite acrescentar novas funcionalidades, mais complexas do que as atualmente disponíveis, possibilitando a execução de cálculos mais complexos num espaço mais curto de tempo. O facto de a ferramenta se encontrar sempre do lado dos seus programadores permite a fácil atualização para correção de “bugs” reportados pelos utilizadores e adição de novas funcionalidades sem que esta tenha que ser alterada na máquina do utilizador. Permite o ajuste de funcionalidades específicas de acordo com as necessidades de cada utilizador, como o ambiente de introdução de dados, funcionalidades extra que não existam de forma nativa e na forma mais básica da aplicação, e a criação de relatórios de cálculo à medida de cada utilizador. Facilita a utilização da aplicação, já que esta pode ser executada através de qualquer sistema operativo incluindo até o dos dispositivos móveis desde que este tenha acesso a uma interface em comunicação com o servidor de cálculo. Resumindo o exposto, esta metodologia de utilização deste tipo de ferramentas pode oferecer um melhor suporte e um determinado nível de otimização e personalização adaptadas a cada utilizador que esteja disposto a investir numa ferramenta mais adaptada às suas necessidades.

### 1.2. OBJETIVO E MÉTODO

A realização deste trabalho teve como objetivo o desenvolvimento e o estudo da aplicabilidade de uma aplicação informática apoiada na computação na nuvem para realização de verificações de segurança de secções em betão armado de acordo com os critérios regulamentares estabelecidos no Eurocódigo 2 [1].

Como ponto de partida e de forma a tentar construir, na sua forma mais básica, uma ferramenta capaz de resolver a generalidade dos problemas com que o projetista se depara no momento da utilização de ferramentas deste género já existentes, cooperou-se com a empresa PROJEGUI no sentido de conhecer a realidade associada à prática de projeto. Esta empresa apresentou os problemas típicos relacionados com o cálculo seccional de secções de betão e, assim, tentou integrar-se essa informação no desenvolvimento da ferramenta de forma a que esta seja da maior utilidade e otimizada para os seus utilizadores. A ferramenta apresentada foi desenvolvida na linguagem de programação Python num paradigma de programação orientada a objetos, e estruturada de uma forma modular permitindo a adição de novos módulos que permitam a expansão das suas funcionalidades, acrescentando a possibilidade de resolução de novos problemas que não foram resolvidos na sua versão básica original. O acesso à aplicação foi pensado para funcionar utilizando uma API (*Application Programming Interface* – Interface de programação de aplicações) que permite o seu acesso através de uma interface externa independente do código desenvolvido para a realização do cálculo. Assim, os dados necessários para a realização das verificações são fornecidos ao servidor por meio de uma interface que comunique com a API e os resultados são retornados ao utilizador por parte do servidor utilizando a mesma interface.

### 1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação em questão foi dividida em 5 capítulos:

- Capítulo 1: Introdução - É descrita de forma sucinta a motivação que levou ao desenvolvimento deste trabalho, os objetivos que se pretenderam alcançar e a forma de como foi desenvolvido;
- Capítulo 2: Verificação de segurança de secções de betão armado - Neste capítulo, abordam-se os critérios regulamentares que estão por trás das verificações necessárias realizar às secções de betão armado;
- Capítulo 3: Descreve-se o desenvolvimento de uma ferramenta para verificação de secções de betão armado - É descrita a forma como foi construída a aplicação do ponto de vista de organização estrutural, o seu funcionamento interno e a forma como é feito o seu acesso através da API;
- Capítulo 4: Casos de estudo: Comparação com outros softwares e tabelas - É utilizada a aplicação desenvolvida para estudo e comparação dos seus resultados com outros softwares com o mesmo fim e com as Tabelas e Ábacos [2] utilizadas ao longo do curso do MIEC da FEUP para a resolução de alguns deste tipo de problemas;
- Capítulo 5: Conclusões - São descritas as conclusões retiradas durante e no final da realização deste trabalho, assim como possíveis desenvolvimentos futuros e discutidas vantagens alcançadas em relação a ferramentas semelhantes já existentes.

## 2

# VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 2

### 2.1. INTRODUÇÃO

No desenvolvimento desta aplicação foi necessária a implementação de análises e verificações de segurança a secções de betão armado. Para tal foi necessária a consulta e o estudo das normas que apoiam as verificações seccionais de elementos de betão armado sujeitos a flexão composta desviada de forma a seguir todos os critérios regulamentares impostos. Embora posteriormente expansível por adição de um novo módulo à ferramenta que possibilite as análises apoiadas noutras normas existentes, a ferramenta nesta fase de desenvolvimento realiza as análises e verificações seguindo a regulamentação europeia, o Eurocódigo 2 [1], apoiado pelo Eurocódigo 0 [3] para a definição das combinações de ações necessárias à realização das verificações tanto ao Estado Limite Último (ELU) como ao Estado Limite de Serviço (ELS). Neste capítulo serão apresentados e descritos os critérios regulamentares implementados na ferramenta.

### 2.2. GENERALIDADES

A regulamentação europeia para o projeto de estruturas de betão, Eurocódigo 2 (EC2) [1] inclui, na Parte 1, as regras necessárias para as análises e verificações de segurança aplicáveis a secções de betão armado. Estas são apoiadas pela definição das combinações de ações, impostas pelo EC0 [3] nas secções 6.4.3 e 6.5.3, para os estados limite últimos e estados limite de serviço respetivamente. São abordadas as propriedades dos materiais, onde são apresentadas as leis constitutivas dos materiais adotadas, e quais os critérios utilizados nas análises das verificações ao ELU e ELS realizadas pela ferramenta desenvolvida.

### 2.3. MATERIAIS

No que diz respeito aos materiais, a norma prevê a utilização de coeficientes de segurança  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$  aplicados aos valores característicos de resistência dos materiais, obtendo assim os valores de cálculo das tensões resistentes de cálculo  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$  utilizados nas verificações ao Estado Limite Último e Estado Limite de Serviço.

Os valores destes coeficientes diferem para o caso da verificação a efetuar ser ao Estado Limite Último (ELU) ou ao Estado Limite de Utilização/Serviço (ELS), sendo resumidos no Quadro 2.1 os valores destes coeficientes para cada uma das verificações.

Quadro 2.1 - Coeficientes de segurança dos materiais

	$\gamma_c$	$\gamma_s$
ELU	1.50	1.15
ELS	1.00	1.00

Na secção 3 do Eurocódigo 2 [1] é possível encontrar todas as propriedades dos materiais relevantes para o cálculo estrutural que serão apresentadas nos tópicos seguintes.

#### 2.3.1. BETÃO

Todas propriedades e leis constitutivas do betão apresentadas nos tópicos que se seguem estão presentes e podem ser consultadas na Secção 3.1 do Eurocódigo 2.

Neste sub-capítulo serão apresentadas as propriedades do betão para os casos de betão não confinado e para os casos do betão confinado, mais tarde utilizado como alvo de análises executadas durante o desenvolvimento deste documento.

##### 2.3.1.1. Propriedades

Relativamente às propriedades do betão, estas podem ser encontradas num quadro resumo presente na secção 3.1.2 Resistência do EC2, o quadro mencionado é apresentado na Figura 2.1.

Classes de resistência do betão															Expressão analítica /Comentários
$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ quantilho de 5 %
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ quantilho de 95 %
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3}$ ( $f_{cm}$ em MPa)
$\epsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	ver a Figura 3.2 $\epsilon_{c1}^{(0/100)} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$
$\epsilon_{cu1}$ (‰)	3,5								3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	2,8	ver a Figura 3.2 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu1}^{(0/100)} = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
$\epsilon_{c2}$ (‰)	2,0								2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	ver a Figura 3.3 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2}^{(0/100)} = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
$\epsilon_{cu2}$ (‰)	3,5								3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	2,6	ver a Figura 3.3 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu2}^{(0/100)} = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
$n$	2,0								1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	1,4	para $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
$\epsilon_{c3}$ (‰)	1,75								1,8	1,9	2,0	2,2	2,2	2,3	ver a Figura 3.4 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3}^{(0/100)} = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
$\epsilon_{cu3}$ (‰)	3,5								3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	2,6	ver a Figura 3.4 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3}^{(0/100)} = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

Fig. 2.1 - Propriedades do betão de acordo com o EC2 [1]

Para conseguirmos a consideração das propriedades do betão confinado, que é dependente de um  $\sigma_2$  que representa a tensão efectiva de compressão lateral devida à cintagem, é necessário proceder à determinação das propriedades  $f_{ck,c}$ ,  $\epsilon_{c2,c}$  e  $\epsilon_{cu2,c}$  que são apresentadas na secção 3.1.9 do EC2 e expostas em seguida:

- $f_{ck,c} = f_{ck}(1.000 + 5.0\sigma_2/f_{ck})$ , para  $\sigma_2 \leq 0.05f_{ck}$ ;
- $f_{ck,c} = f_{ck}(1.125 + 2.50\sigma_2/f_{ck})$ , para  $\sigma_2 > 0.05f_{ck}$ ;
- $\epsilon_{c2,c} = (f_{ck,c}/f_{ck})^2$ ;
- $\epsilon_{cu2,c} = 0.2 * \sigma_2/f_{ck}$ .

Na determinação do  $\sigma_2$  necessário para a conversão das propriedades do betão não confinado em betão confinado, foram utilizadas as expressões propostas por Mander [4]. O valor desta tensão  $\sigma_2$  depende da geometria da secção considerada. Será exposto em seguida a forma da determinação deste valor de tensão pelas expressões propostas por Mander [4]:

Abordando o caso da secção retangular, para a determinação da tensão  $\sigma_2$ , no documento desenvolvido

por Mander [4] por  $f'_l$ , é necessário o conhecimento dos parâmetros geométricos apresentados na Figura 2.2, onde os parâmetros  $b_c$  e  $d_c$  são relativos às dimensões dos lados do retângulo medidos desde o eixo da armadura transversal, o parâmetro  $w'$  representa o espaçamento livre entre os varões da armadura longitudinal, e o parâmetro  $s$  é relativo ao espaçamento existente entre as armaduras resistentes ao esforço transversal.

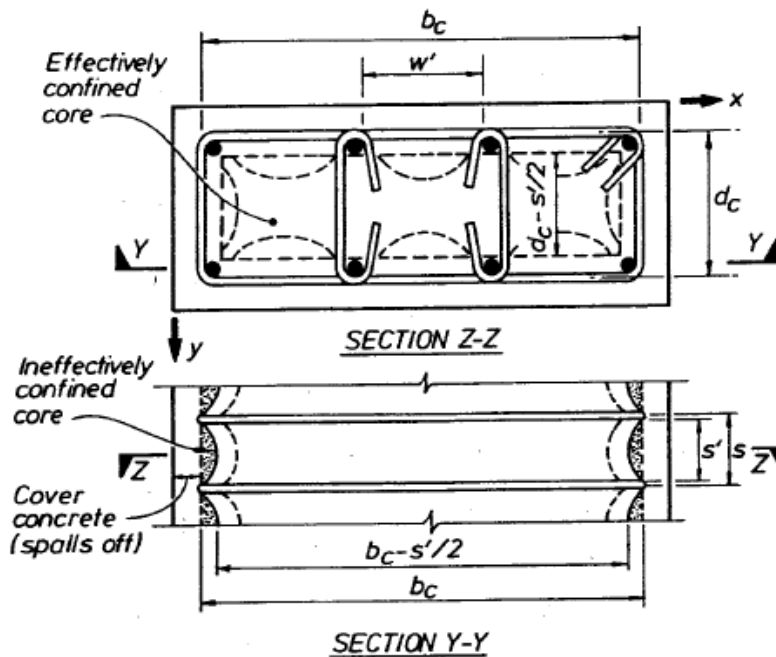


Fig. 2.2 - Secção retangular com os parâmetros necessários ao cálculo representados.

Para o caso das secções circulares, para os parâmetros referentes à geometria da secção representados na Figura 2.3, temos o  $d_s$  que representa o diâmetro da secção medido entre o eixo dos varões das cintas ou estribos do elemento e, novamente, o  $s$  que tal como nas secções retangulares, representa o espaço livre entre as cintas ou estribos da secção.



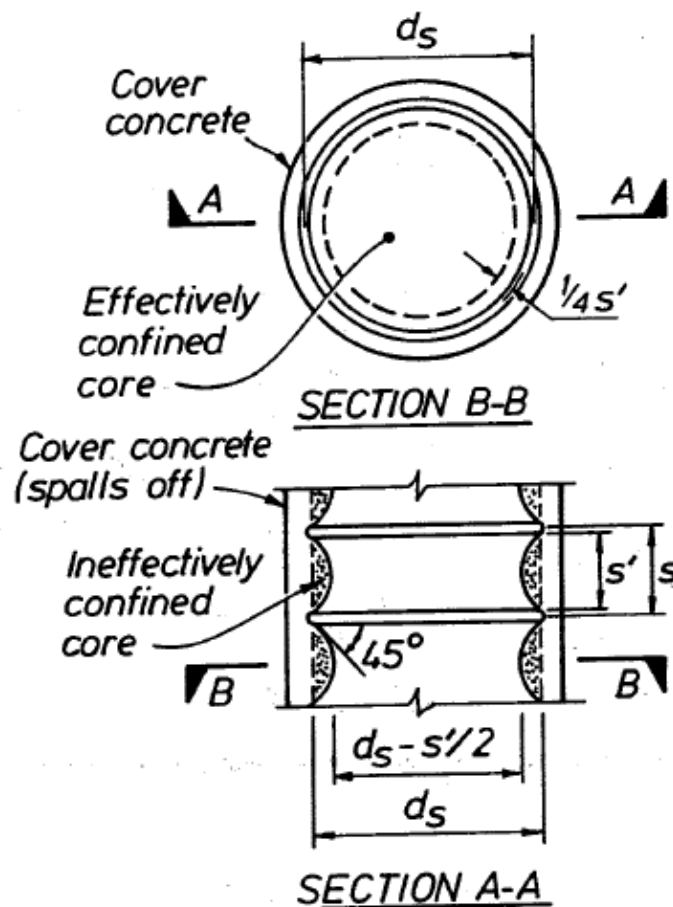


Fig. 2.3 - Secção circular com os parâmetros necessários ao cálculo representados.

Fixados os parâmetros geométricos referidos, é determinado um coeficiente  $k_e$  que visa corrigir a área de betão confinada, inicialmente calculada pela área de betão confinada pelas cintas ou estribos, tendo em conta a existência de betão abrangido por essa área que não funciona como betão confinado, no caso das secções retangulares entre os varões da armadura longitudinal, e no caso tanto das secções circulares como das retangulares, entre os varões de armadura resistente ao esforço transversal como pode ser observado pelas Figuras 2.2 e 2.3 marcadas pela legenda *Ineffectively confined core*. Este coeficiente é calculado para as secções retangulares pela Equação 2.1. e para as secções circulares pela Equação 2.2..

$$k_e = \frac{(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w')^2}{6b_c d_c})(1 - \frac{s'}{2b_c})(1 - \frac{s'}{2d_c})}{(1 - \rho_{cc})} \quad (2.1.)$$

$$k_e = \frac{(1 - \frac{s'}{2d_s})^2}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.2.)$$

com  $\rho_{cc}$  igual ao rácio entre a área das armaduras longitudinais contidas no núcleo confinado pela área do núcleo da secção contida entre o eixo médio das cintas ou estribos.

Mais um parâmetro necessário à determinação do  $\sigma_2$  (ou  $f'_l$ ) é o rácio entre o volume de aço das cintas ou armadura que confinam o betão, pelo volume de betão confinado. Este parâmetro, no caso das secções

retangulares e por estas poderem ter diferentes volumes de armadura transversal nas duas direcções, é necessário calcular o rácio para as duas direcções. O parâmetro é identificado pelos símbolos  $\rho_x$  e  $\rho_y$  para cada uma das direcção  $x$  e  $y$  das secções retangulares, e pelo símbolo  $\rho_s$  para a secção circular. As expressões para a determinação destes parâmetros são apresentadas nas Equações 2.3. e 2.4. para as duas direcções da secção retangular e pela Equação 2.5. para a secção circular.

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{sd_c} \quad (2.3.)$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{sb_c} \quad (2.4.)$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{d_s s} \quad (2.5.)$$

onde  $A_{sx}$  e  $A_{sy}$ , representam a área total das cintas existentes respetivamente na direcção  $x$  e na direcção  $y$  da secção retangular, e  $A_{sp}$  a área das cintas na secção circular.

Tendo todos estes parâmetros determinados é possível, por fim, determinar a tensão efetiva de compressão lateral devida à cintagem  $\sigma_2$ , diretamente pela Equação 2.8. para a secção circular e por intermédio do ábaco apresentado na Figura 2.4, que têm por valores de entrada os rácios entre os parâmetros  $f'_{lx}$  e  $f'_{ly}$ , apresentados respetivamente nas Equações 2.6. e 2.7., pela tensão resistente do betão não confinado  $f'_{co}$  no EC2  $f_{ck}$ .

$$f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} \quad (2.6.)$$

$$f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \quad (2.7.)$$

$$f'_l = \frac{1}{2} \rho_s f_{yh} \quad (2.8.)$$

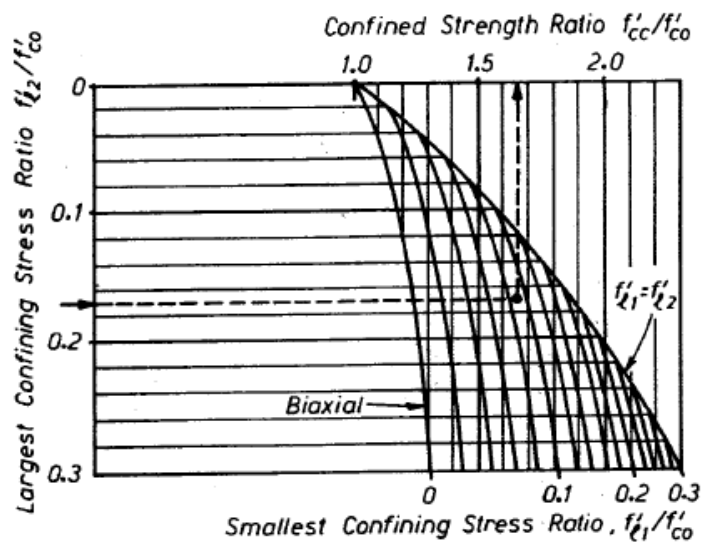


Fig. 2.4 - Ábaco para a leitura da tensão efectiva de compressão lateral devida à cintagem

Onde  $f_{yh}$  representa a tensão de cedência do aço das armaduras resistentes ao esforço transversal.

#### 2.3.1.2. Leis constitutivas

Para o betão, na norma são apresentadas as leis constitutivas real e as leis simplificadas de calculo para utilização nas análises. Na Figura 2.5 é possível observar a lei tensão-extensão real, e nas Figuras 2.6 e 2.7 as respetivas simplificações para utilização no cálculo permitidas pela norma.

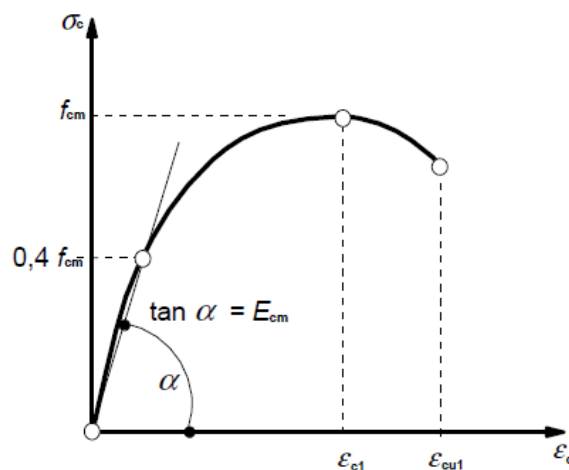


Fig. 2.5 - Representação da lei constitutiva real do betão

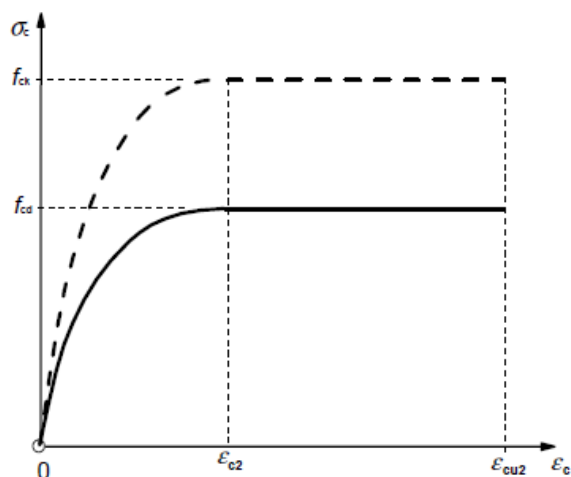


Fig. 2.6 - Representação de uma lei constitutiva de cálculo sugerida pelo EC2 [1]

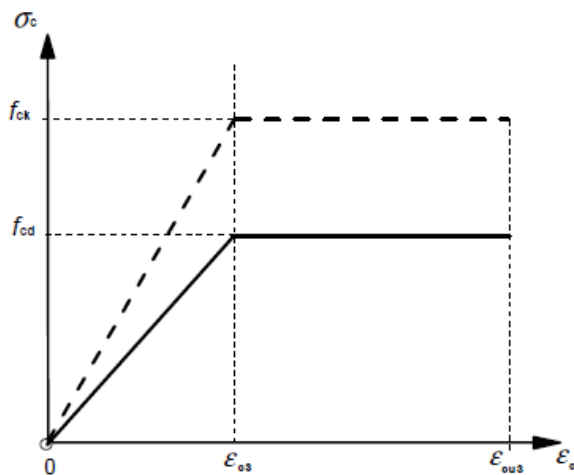


Fig. 2.7 - Representação de uma lei constitutiva de cálculo sugerida pelo EC2 [1]

No caso do betão confinado a curva é ajustada pelos parâmetros determinados no sub-capítulo das propriedades conforme é sugerido na Figura 2.8 retirada da Secção 3.1.0 “Betão Cintado” do Eurocódigo 2.

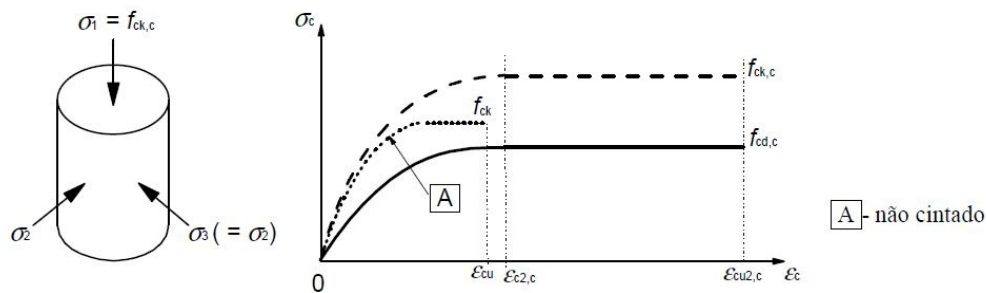


Fig. 2.8 - Comparação das curvas  $\sigma - \epsilon$  do Betão sem confinamento com o betão confinado

### 2.3.2. AÇO

Para o aço, as suas propriedades, leis constitutivas reais e as leis para utilização no cálculo podem ser encontradas na Secção 3.2 “Aço para betão armado” integrante da norma. Serão apresentadas nos tópicos seguintes desta Secção todas as propriedades e leis constitutivas relevantes para a compreensão do comportamento do aço no cálculo seccional de secções em betão armado.

#### 2.3.2.1. Propriedades

As propriedades do aço podem ser encontradas na norma na Secção 3.2.2, e serão apresentadas em seguida as propriedades relevantes para o cálculo seccional:

- tensão de cedência ( $f_{yk}$ );
- tensão de cedência máxima real ( $f_{y,max}$ );
- ductilidade ( $\epsilon_{uk} e f_t / f_{yk}$ );

#### 2.3.2.2. Leis constitutivas

É apresentada na Figura 2.9 a lei real constitutiva do aço e na Figura 2.10 as leis sugeridas pelo Eurocódigo 2, para utilizar nas hipóteses de cálculo.

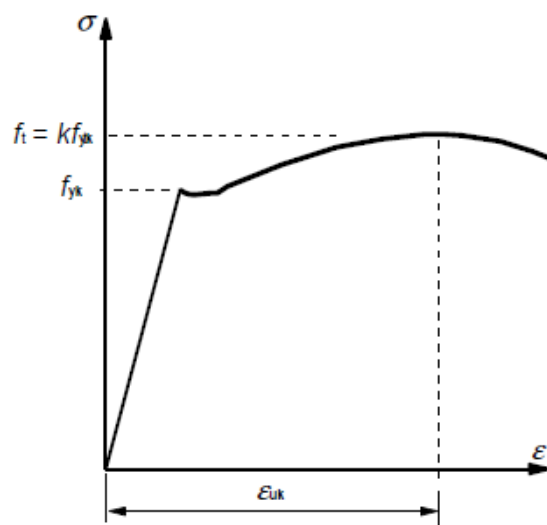


Fig. 2.9 - Representação da lei constitutiva real do aço

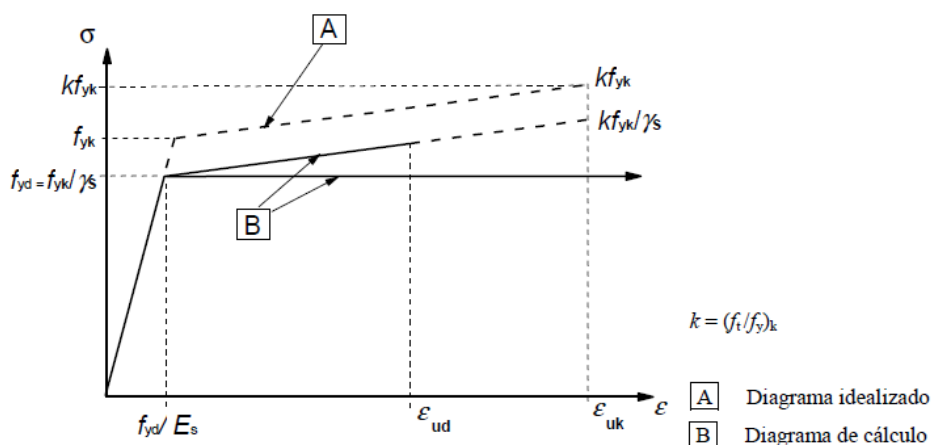


Fig. 2.10 - Representação das leis constitutivas de cálculo sugerida pelo EC2 [1]

## 2.4. CÁLCULO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO

Neste subcapítulo serão expostas as regras definidas pelo Eurocódigo 2 para a realização das verificações de segurança ao Estado Limite Último e ao Estado Limite de Serviço

### 2.4.1. ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Para as análises em flexão composta conforme a norma, as análises implementadas para a determinação da resistência baseiam-se nos seguintes princípios:

- as secções mantêm-se planas;
- a extensão nas armaduras aderentes, em tração ou em compressão, é a mesma da do betão que as envolve;

- a resistência do betão à tração é ignorada;
- as tensões no betão comprimido são obtidas do diagrama tensões-extensões de cálculo, representados na Figura 2.6 ou na Figura 2.6, conforme a adotada para a realização do cálculo;
- as tensões nas armaduras de betão armado são obtidas do diagrama de cálculo representado na Figura 2.10.

As extensões de compressão no betão deverão ser limitadas a  $\varepsilon_{cu2}$  nas fibras extremas no caso de secções sujeitas a esforços de flexão predominantes, e limitada a  $\varepsilon_{c2}$  no ponto identificado com a letra “C” na figura 2.11, ponto situado à distancia  $(1 - \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{cu2})h$  da fibra extrema mais comprimida, situações que pode ocorrer no caso de existirem esforços axiais predominantes bastante maiores que os esforços de flexão. Como é o caso da compressão simples em que o eixo neutro se encontra no infinito.

Na Figura 2.11 pode-se observar uma figura retirada da norma onde estão representadas as distribuições de tensões admissíveis no estado limite último.

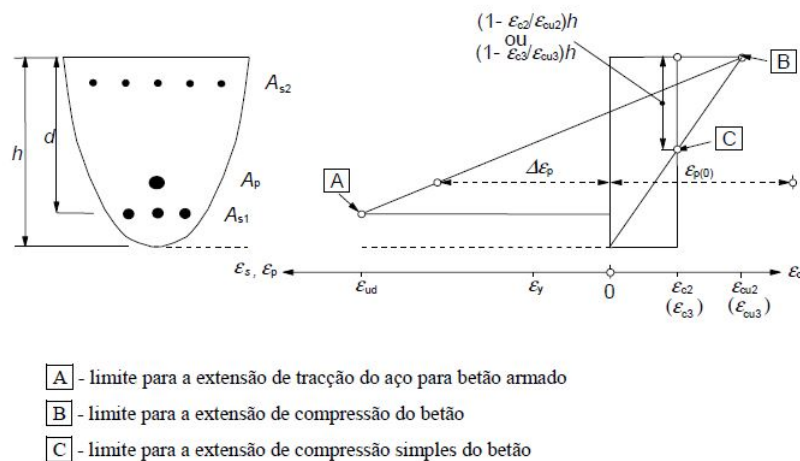


Fig. 2.11 - Distribuições de tensões admissíveis no estado limite último

#### 2.4.2. ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

As verificações aos estados limite de serviço são realizadas com vista a controlar essencialmente três aspetos, a limitação das tensões, a fendilhação e as deformações.

##### 2.4.2.1. Limitação das tensões

O controlo da limitação de tensões é realizado para evitar a formação de fendas longitudinais, a microfendilhação ou níveis de fluência elevados. A fim de evitar a formação de fendas longitudinais, de acordo com a norma, a tensão de compressão no betão terá de ser limitada a  $0.60f_{ck}$  para a combinação característica de ações. Para garantir que a fluência é linear a tensão no betão não deverá ultrapassar  $0.45f_{ck}$  para a combinação quase-permanente das ações. E, finalmente, para evitar deformações não elásticas e níveis de fendilhação ou deformação inaceitáveis, também para a combinação característica de ações a tensão de tração na armadura não deve exceder o valor de  $0.80f_{yk}$ .

#### 2.4.2.2. Controlo da fendilhação

Para o controlo da fendilhação é necessário verificar se a secção ultrapassa a resistência do betão à tração em alguma das fibras para a combinação de ações testada. Caso esta situação se verifique é necessário realizar o cálculo da abertura de fendas e garantir que não é ultrapassado o máximo admitido pelo projetista.

O cálculo das aberturas de fendas ( $w_k$ ) é descrito na secção 7.3.4 do capítulo 7 do EC2 [1] e pode ser calculada pela expressão 2.9.

$$w_k = s_{r,max}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (2.9.)$$

em que  $s_{r,max}$  representa a distância máxima entre fendas calculada pela expressão 2.10.

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff} \quad (2.10.)$$

em que:

- $\phi$  = diâmetro dos varões, no caso de varões de diferentes diâmetros numa secção, deverá utilizar-se um diâmetro equivalente,  $\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$ ;
- $c$  = recobrimento das armaduras longitudinais;
- $k_1 = 0.8$ , considerando as armaduras composta por varões de alta aderência;
- $k_2 = 0.5$  a  $1.0$ , para flexão e tração simples respetivamente, podem ser considerados valores intermédios para casos de carregamentos intermédios.;
- $k_3 = 3.4$ , valor recomendado pela norma;
- $k_4 = 0.425$ , valor recomendado pela norma;
- $\rho_{p,eff} = A_s / A_{c,eff}$ ;
- $A_s$  = Área de armadura longitudinal;
- $A_{c,eff} = \min\{2.5(h-d); (h-x)/3; h/2\}$ , Área efetiva de betão tracionado;
- $h$  = altura da secção;
- $x$  = profundidade do eixo neutro;
- $d$  = profundidade do centro de gravidade das armaduras tracionadas.

Os parâmetros  $h$ ,  $x$  e  $d$  apresentados podem ser observados na Figura 2.12 retirada da norma.



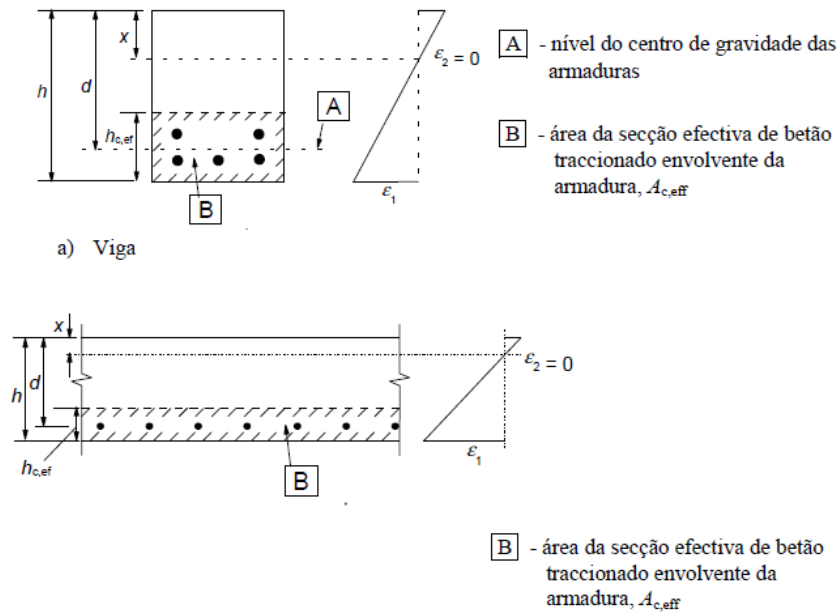


Fig. 2.12 - Secções efetivas de betão tracionado

A segunda parcela presente na equação 2.9.  $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$  é obtida pela equação 2.11. em seguida apresentada.

$$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2.11.)$$

em que:

- $\sigma_s$  = tensão na armadura de tração admitindo a secção fendilhada;
- $\alpha_e$  = relação  $E_s/E_{cm}$ ;
- $A_{c,eff}$  = já definida anteriormente;
- $\rho_{p,eff}$  = já definida anteriormente;
- $k_t = 0.6$  ou  $0.4$ , para ações de curta duração ou ações de longa duração respetivamente;
- $E_s$  = módulo de elasticidade do aço das armaduras longitudinais.

## 2.5. METODOLOGIAS DE CÁLCULO

No que diz respeito ao cálculo da resistência de secções de betão, serão abordadas 3 formas distintas de resolver o problema. A resolução do problema através da abordagem analítica, que procura determinar a resistência da secção recorrendo ao equilíbrio do binário das forças internas instaladas na secção, determinando a profundidade do eixo neutro e o momento resistente  $M_{rd}$ , através do recurso a ábacos e a tabelas de dimensionamento, e a abordagem de resolução com recurso a uma análise não linear da secção.

### 2.5.1. ABORDAGEM ANALÍTICA

A abordagem analítica é utilizada com o fim de determinar o momento resistente máximo da secção ao Estado Limite Último, ou uma vez conhecendo o momento solicitador da secção, que deverá ser inferior ao máximo a que a secção resiste, determinar as forças internas instaladas no betão e no aço, possibilitando desta forma a realização das verificações de serviço.

É necessário dividir a análise em diferentes fases, porque a secção apresenta diferentes comportamentos de acordo com o nível de tensão nela instalados, os diferentes comportamentos estão relacionados com o facto da lei constitutiva do betão não apresentar sempre um comportamento linear elástico, mas sim um comportamento inicial linear elástico seguido de comportamento não linear.

Seguindo o exposto, para realizar as análises pretendidas, o comportamento da secção é dividido em três fases:

- Fase 1 - Secção não fendilhada apresentando comportamento elástico, utilizada para verificações de serviço;
- Fase 2 - Secção fendilhada com comportamento elástico, também utilizada nas verificações de serviço;
- Fase 3 - Secção com comportamento não linear, utilizada na determinação da resistência máxima da secção.

Começando por abordar o caso em que se pretende calcular a máxima resistência da secção, é necessário considerar o comportamento da secção englobado na Fase 3. Pois próximo da rotura, situação em que as fibras mais afastadas do eixo neutro atingem as suas extensões máximas  $\epsilon_{cu2}$ , a secção já apresenta fibras na qual o betão já ultrapassou a fase de comportamento linear elástico.

O cálculo analítico baseia-se na resolução do equilíbrio das forças desenvolvidas internamente na secção, quando solicitada por esforços de flexão externos. Para o caso do cálculo da resistência máxima da secção, é admitido que a maior extensão instalada no betão da secção atingiu o seu máximo regulamentar permitido  $\epsilon_{cu2}$  e que a resistência do betão que funciona à tração é desprezada, como é apresentada na Figura 2.13 retirada dos apontamentos da unidade curricular de Estruturas de Betão 1 [5] lecionada no MIEC na Faculdade de Engenharia da UP.

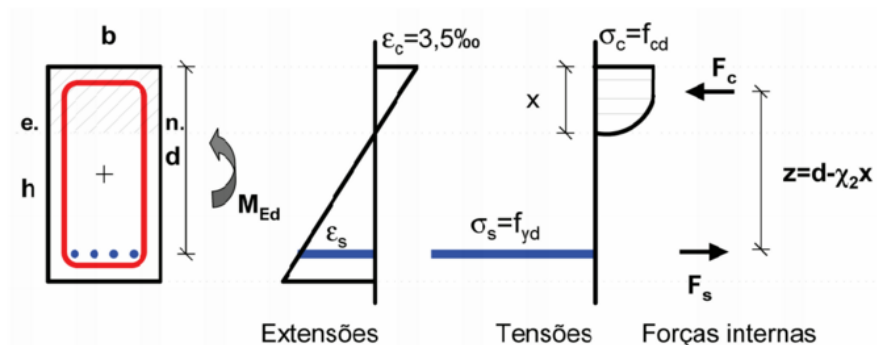


Fig. 2.13 - Fase 3 - Representação dos diagramas de extensões, tensões e forças que se desenvolvem na secção

Na figura em questão, Figura 2.13, é possível observar os diagramas de extensões e de tensões acompa-

nhadas pelas forças internas desenvolvidas numa secção simplesmente armada solicitada à flexão simples. A determinação do momento resistente implica a resolução de um sistema de equações, Equação 2.12. e Equação 2.13., a duas incógnitas  $M$  (momento resistente da secção) e  $x$  (profundidade do eixo neutro).

$$F_c = F_s \quad (2.12.)$$

$$F_c \cdot z = F_s \cdot z = M \quad (2.13.)$$

As forças internas  $F_c$  e  $F_s$  podem ser determinadas pela expressão  $F = \sigma \cdot A$ , impondo os valores de  $\sigma$  para o betão e para o aço das armaduras o valor máximo da tensão resistente de cada material, e considerando a área de material afetada pelas respetivas tensões.

Mas não sendo para este caso a distribuição de tensões instalada na zona do betão comprimido um diagrama com comportamento linear elástico, de forma simplificativa, é necessário adotar uns coeficientes que ajustam o valor da área afetada pela distribuição de tensões e a sua respetiva posição do eixo neutro, e desta forma ter em consideração a não linearidade da distribuição de tensões utilizando o valor máximo de tensão presente nessa distribuição. A área é afetada por um coeficiente de área  $\chi_1$  e por um coeficiente de posição, determinados pelas Equações 2.14. e 2.15. para valores máximos de extensões iguais ou superiores a 0.002 e pelas Equações 2.16. e 2.17. para valores inferiores a 0.002.

$$\chi_1 = \frac{3\varepsilon - 2}{3\varepsilon} \quad (2.14.)$$

$$\chi_2 = \frac{\varepsilon(3\varepsilon - 4) + 2}{2\varepsilon(3\varepsilon - 2)} \quad (2.15.)$$

$$\chi_1 = \frac{\varepsilon}{12}(6 - \varepsilon) \quad (2.16.)$$

$$\chi_2 = \frac{8 - \varepsilon}{4(6 - \varepsilon)} \quad (2.17.)$$

Após a determinação destes coeficientes torna-se possível utilizar as expressões apresentadas pelas Equações 2.12. e 2.13. para a determinação do  $M$  e  $x$  correspondentes ao caso de rotura da secção.

Considerando as verificações de serviço, caso em que o objetivo é determinar as tensões internas instaladas no materiais, as secções são calculadas considerando as Fases 1 e 2 de comportamento da secção, ambas em regime elástico. A condição que divide as Fases de comportamento 1 e 2, é o Momento crítico de fendilhação, quando o Momento solicitador  $M_{sd}$  é maior do que este ( $M_{cr}$ ), significa que nos encontramos na Fase 2, caso contrário ainda nos encontramos na Fase 1 de comportamento da secção. O Momento crítico ( $M_{cr}$ ) é o momento para o qual a primeira fibra mais afastada do eixo neutro, atinge a sua máxima extensão de tração. A partir deste momento, embora os materiais da secção ainda apresentem comportamento linear elástico, a área de betão tracionada é desprezada por completo no cálculo.

Para a determinação do Momento crítico de fendilhação, e como as secções de betão armado geralmente contém uma área de armadura bastante inferior à de betão, para a resolução analítica, admitimos que o momento instalado na secção para a sua tensão limite de resistência à tração  $f_{ct}$ , é igual ao módulo de flexão do betão multiplicada pela tensão máxima de tração  $M_{cr} = w_c \cdot f_{ct}$ , no caso de uma secção

retangular  $w_c = b.h^2/6$ . Fica desta forma conhecido o Momento crítico que separa as Fases 1 e 2 de comportamento da secção.

Na Figura 2.14 é possível observar os diferentes diagramas de tensões instalados na secção para a secção não fendilhada e para a secção fendilhada.

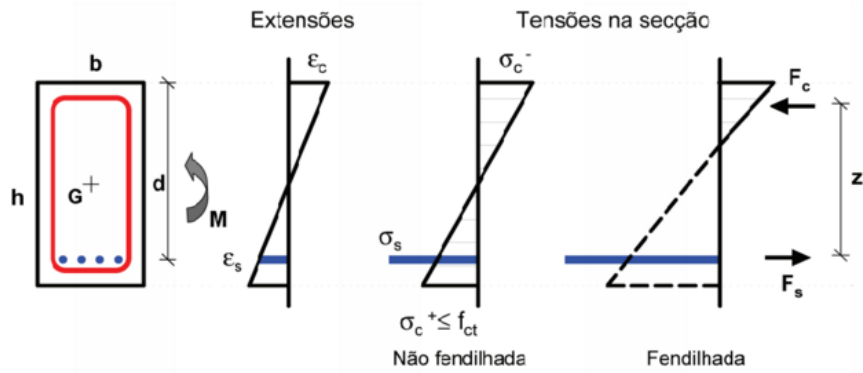


Fig. 2.14 - Influencia nos diagramas de tensão, na passagem da Fase 1 para a Fase 2

Abordando a Fase 1 de comportamento, tal como na Fase 3, a determinação das tensões instaladas na secção quando sujeita a um momento solicitador, é resolvida recorrendo às equações de equilíbrio das forças internas que se desenvolvem na secção. Como na Fase 1 os materiais apresentam comportamento linear elástico, e todas as fibras da secção se encontram ativas, não se tendo ainda atingido a extensão máxima de tração do betão em nenhuma das suas fibras, as extensões e tensões podem ser retiradas diretamente pelos diagramas de tensão e extensão, recorrendo às equações das retas dos diagramas. São apresentadas nas Equações 2.18., 2.19., 2.20., 2.21., 2.22., 2.23., 2.24., 2.25., 2.26., as equações que resultam do exposto e que nos permitem resolver o cálculo da secção na Fase 1 de comportamento (comportamento linear elástico sem fibras fendilhadas).

$$-F_c + F_{ct} + F_s = 0 \quad (2.18.)$$

$$F_c \cdot z_c + F_{ct} \cdot z_{ct} + F_s \cdot z_s = M \quad (2.19.)$$

com,

$$F_c = 1/2 x \sigma_c b \quad (2.20.)$$

$$\sigma_{ct} = \sigma_c \cdot \frac{h-x}{x} \quad (2.21.)$$

$$F_{ct} = 1/2 (h-x) \sigma_{ct} b \quad (2.22.)$$

$$\sigma_s = \sigma_{ct} \cdot \frac{d-x}{h-x} \cdot \alpha \quad (2.23.)$$

$$z_c = 2/3 x \quad (2.24.)$$

$$z_{ct} = 2/3 (h-x) \quad (2.25.)$$

$$z_s = d - x \quad (2.26.)$$

Depois de resolvidas as equações expostas, ficam conhecidos os valores das Forças internas instaladas na secção  $f_c$ ,  $f_{ct}$  e  $f_s$ , que divididas pelas respetivas áreas afetas às forças ( $\sigma = F/A$ ) nos dão as tensões instaladas nos materiais para a solicitação imposta.

O cálculo da Fase 2 é semelhante ao cálculo da Fase 1, com os materiais a apresentarem ainda comportamento elástico, mas com a diferença de que já não temos todas as fibras de betão tracionado ativas, pois  $M_{sd} > M_{cr}$ . Nestas condições é desprezado no cálculo a área de betão tracionado.

Para a resolução deste problema pelas equações de equilíbrio, é necessário primeiramente arranjar equações que se apoiam em parâmetros geométricos e propriedades dos materiais da secção, que nos permitam escrever a profundidade do eixo neutro com a área de tração do betão desprezada.

Para a determinação desta equação iremos-nos apoiar nas seguintes igualdades (Equações 2.27., 2.28., 2.29. e 2.30.):

$$\xi = \frac{x}{d} \quad (2.27.)$$

$$\zeta = \frac{z}{d} = 1 - \frac{\xi}{3} \quad (2.28.)$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (2.29.)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.30.)$$

Desenvolvendo a equação de equilíbrio  $F_c + F_s = 0$ , tendo em conta as igualdades apresentadas, conseguimos chegar à equação que nos permite determinar a profundidade do eixo neutro (Equação 2.31.).

$$\xi^2 + 2\alpha\rho\zeta - 2\alpha\rho = 0 \quad (2.31.)$$

Que substituída pelas igualdades das Equações 2.27., 2.28., 2.29. e 2.30., apresenta apenas uma incógnita  $x$ , profundidade do eixo neutro, como é possível observar na Equação 2.32..

$$\left(\frac{x}{d}\right)^2 + 2 \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{bd} \cdot \frac{x}{d} - 2 \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{bd} = 0 \quad (2.32.)$$

Recorrendo por fim às equações dos Momentos  $M = F_s \cdot z$  e  $M = F_c \cdot z$ , é possível determinar as tensões instaladas em cada um dos materiais. Desenvolvidas estas igualdades as tensões dos materiais aparecem escritas como apresentadas nas Equações 2.33. e 2.34.

$$\sigma_s = \frac{1}{\rho(1 - \frac{\xi}{3})} \cdot \frac{M}{bd^2} \quad (2.33.)$$

$$\sigma_c = \frac{2}{\xi(1 - \frac{\xi}{3})} \cdot \frac{M}{bd^2} \quad (2.34.)$$

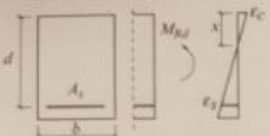
## 2.5.2. ABORDAGEM COM RECURSO A ÁBACOS

Seguindo a abordagem de cálculo pela utilização de tabelas e ábacos previamente construídos para o efeito, torna o processo de cálculo do momento resistentes bastante mais simples que o cálculo desse mesmo momento através da utilização das equações de equilíbrio, utilizadas na abordagem analítica anteriormente demonstrada. Neste caso o princípio de cálculo apoia-se na simples seleção e consulta das tabelas e ábacos disponíveis para o efeito, bastando para determinar os parâmetros geométricos necessários para a utilização nas tabelas e ábacos. Determinados os parâmetros de entrada, através da simples consulta das tabelas ou ábacos é possível retirar os parâmetros como o momentos resistente da secção e a profundidade do eixo neutro.

Exemplos destas tabelas e ábacos são apresentados nas Figuras 2.15, 2.16 e 2.17, para os casos de uma secção retangular sujeita à flexão simples, uma secção em T sujeita à flexão composta e um ábaco de uma secção quadrangular sujeita à flexão desviada respetivamente. Esta metodologia de cálculo apesar de mais simples apresenta limitações ao nível da geometria de secções disponíveis, pois estamos cingidos às geometrias para os quais foram construídas estas tabelas e ábacos.

Tabelas e Ábacos de Dimensionamento

TABELA 1\_C12-C90\_S500  
FLEXÃO SIMPLES  
Secções rectangulares simplesmente armadas S400; S500; S600



$$\alpha = \frac{x}{d}; \mu = \frac{M_{Rd}}{bd^2 f_{cd}}; \eta = \frac{A_s f_{yd}}{bd f_{cd}}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / 1,15; f_{cd} = f_{ck} / 1,5$$

$\mu$	C12-C50		C55		C60		C70		C80		C90	
	$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$
0,005	0,005	0,021	0,005	0,023	0,005	0,024	0,005	0,026	0,005	0,027	0,005	0,027
0,010	0,010	0,030	0,010	0,033	0,010	0,035	0,010	0,037	0,010	0,038	0,010	0,039
0,015	0,015	0,037	0,015	0,041	0,015	0,043	0,015	0,046	0,015	0,047	0,015	0,048
0,020	0,020	0,044	0,020	0,048	0,020	0,050	0,020	0,053	0,020	0,055	0,020	0,055
0,025	0,026	0,050	0,025	0,054	0,026	0,057	0,026	0,060	0,026	0,062	0,025	0,062
0,030	0,031	0,055	0,031	0,060	0,031	0,063	0,031	0,066	0,031	0,068	0,030	0,069
0,035	0,036	0,061	0,036	0,065	0,036	0,068	0,036	0,072	0,036	0,074	0,036	0,075
0,040	0,041	0,066	0,041	0,071	0,041	0,074	0,041	0,077	0,041	0,079	0,041	0,080
0,045	0,046	0,071	0,046	0,076	0,046	0,079	0,046	0,082	0,046	0,084	0,046	0,086
0,050	0,052	0,076	0,052	0,081	0,052	0,084	0,052	0,087	0,052	0,090	0,051	0,091
0,055	0,057	0,081	0,057	0,086	0,057	0,089	0,057	0,092	0,057	0,095	0,057	0,097
0,060	0,062	0,087	0,062	0,091	0,062	0,094	0,062	0,098	0,062	0,104	0,062	0,106
0,065	0,067	0,092	0,067	0,096	0,068	0,099	0,068	0,106	0,068	0,113	0,067	0,115
0,070	0,073	0,097	0,073	0,102	0,073	0,105	0,073	0,115	0,073	0,122	0,073	0,125
0,075	0,078	0,102	0,078	0,107	0,078	0,113	0,078	0,123	0,079	0,131	0,078	0,134
0,080	0,084	0,107	0,084	0,113	0,084	0,121	0,084	0,132	0,084	0,140	0,084	0,144
0,085	0,089	0,113	0,089	0,120	0,089	0,128	0,090	0,140	0,090	0,150	0,090	0,153
0,090	0,095	0,118	0,095	0,128	0,095	0,137	0,095	0,149	0,095	0,159	0,095	0,163
0,095	0,100	0,124	0,100	0,135	0,100	0,144	0,101	0,158	0,101	0,168	0,101	0,173
0,100	0,106	0,131	0,106	0,143	0,106	0,153	0,106	0,167	0,107	0,178	0,107	0,183
0,105	0,111	0,137	0,111	0,150	0,112	0,161	0,112	0,176	0,112	0,188	0,112	0,192
0,110	0,117	0,144	0,117	0,158	0,117	0,169	0,118	0,185	0,118	0,197	0,118	0,202
0,115	0,123	0,151	0,123	0,166	0,123	0,177	0,124	0,194	0,124	0,207	0,124	0,212
0,120	0,128	0,159	0,129	0,173	0,129	0,186	0,129	0,203	0,130	0,217	0,130	0,223
0,125	0,134	0,166	0,135	0,181	0,135	0,194	0,135	0,212	0,136	0,227	0,136	0,233
0,130	0,140	0,173	0,140	0,189	0,141	0,202	0,141	0,222	0,142	0,237	0,142	0,243
0,135	0,146	0,180	0,146	0,197	0,147	0,211	0,147	0,231	0,148	0,247	0,148	0,254
0,140	0,152	0,188	0,152	0,205	0,153	0,220	0,153	0,241	0,154	0,257	0,154	0,264
0,145	0,158	0,195	0,158	0,213	0,159	0,228	0,159	0,250	0,160	0,267	0,160	0,275
0,150	0,164	0,202	0,164	0,221	0,165	0,237	0,165	0,260	0,166	0,277	0,166	0,285
0,155	0,170	0,210	0,170	0,229	0,171	0,246	0,172	0,269	0,173	0,288	0,173	0,296
0,160	0,176	0,217	0,176	0,238	0,177	0,255	0,178	0,279	0,179	0,298	0,179	0,307
0,165	0,182	0,225	0,183	0,246	0,183	0,264	0,184	0,289	0,185	0,309	0,185	0,318
0,170	0,188	0,232	0,189	0,254	0,189	0,272	0,191	0,299	0,192	0,320	0,192	0,329
0,175	0,194	0,240	0,195	0,263	0,196	0,282	0,197	0,309	0,198	0,331	0,199	0,340
0,180	0,201	0,248	0,201	0,271	0,202	0,291	0,203	0,319	0,205	0,342	0,205	0,352
0,185	0,207	0,256	0,208	0,280	0,209	0,300	0,210	0,330	0,211	0,353	0,212	0,364
0,190	0,213	0,264	0,214	0,289	0,215	0,309	0,217	0,340	0,218	0,364	0,219	0,375
0,195	0,220	0,271	0,221	0,297	0,222	0,319	0,223	0,350	0,225	0,375	0,226	0,387
0,200	0,226	0,280	0,227	0,306	0,228	0,328	0,230	0,361	0,232	0,387	0,233	0,399
0,205	0,233	0,288	0,234	0,315	0,235	0,338	0,237	0,372	0,239	0,398	0,240	0,411
0,210	0,239	0,296	0,241	0,324	0,242	0,348	0,244	0,382	0,246	0,410	0,247	0,423
0,215	0,246	0,304	0,247	0,333	0,248	0,357	0,251	0,393	0,253	0,422	0,254	0,436
0,220	0,253	0,312	0,254	0,342	0,255	0,367	0,258	0,404	0,260	0,434	0,261	0,448
0,225	0,260	0,321	0,261	0,352	0,262	0,377	0,265	0,415	0,267	0,446	0,269	0,461

Fig. 2.15 - Exemplo de uma tabela de cálculo de uma secção retangular sujeita à flexão simples

Tabelas e Abacos de Dimensionamento

TABELA 9-C12-C50  $b/b_w = 4$   
**FLEXÃO COMPOSTA**  
 Secções em T simplesmente armadas C12-C50 S400; S500; S600

$b/b_w = 4; \alpha = x/d; \zeta = z/d$   
 $M_{Edh} = M_{Ed} - N_{Ed} z_e; \mu_s = \frac{M_{Edh}}{bd^2 f_{cd}}$   
 $N_{Ed}$  positivo se de tracção  
 $A_s = \frac{1}{f_{yd}} (\omega_{1,2} b d f_{cd} + N_{Ed})$

$\mu_s$	$h_f/d = 0,08$			$h_f/d = 0,10$			$h_f/d = 0,12$			$h_f/d = 0,14$		
	$\omega_{1,2}$	$\alpha$	$\zeta$	$\omega_{1,2}$	$\alpha$	$\zeta$	$\omega_{1,2}$	$\alpha$	$\zeta$	$\omega_{1,2}$	$\alpha$	$\zeta$
0,010	0,010	0,030	0,993	0,010	0,030	0,993	0,010	0,030	0,993	0,010	0,030	0,993
0,015	0,015	0,037	0,993	0,015	0,037	0,993	0,015	0,037	0,993	0,015	0,037	0,993
0,020	0,020	0,044	0,984	0,020	0,044	0,984	0,020	0,044	0,984	0,020	0,044	0,984
0,025	0,025	0,050	0,982	0,025	0,050	0,982	0,025	0,050	0,982	0,025	0,050	0,982
0,030	0,031	0,055	0,982	0,031	0,055	0,982	0,031	0,055	0,982	0,031	0,055	0,982
0,035	0,036	0,061	0,979	0,036	0,061	0,979	0,036	0,061	0,979	0,036	0,061	0,979
0,040	0,041	0,066	0,976	0,041	0,066	0,976	0,041	0,066	0,976	0,041	0,066	0,976
0,045	0,046	0,071	0,975	0,046	0,071	0,975	0,046	0,071	0,975	0,046	0,071	0,975
0,050	0,052	0,076	0,971	0,052	0,076	0,971	0,052	0,076	0,971	0,052	0,076	0,971
0,055	0,057	0,081	0,970	0,057	0,081	0,969	0,057	0,081	0,969	0,057	0,081	0,969
0,060	0,062	0,087	0,967	0,062	0,087	0,966	0,062	0,087	0,966	0,062	0,087	0,966
0,065	0,067	0,093	0,966	0,067	0,092	0,966	0,067	0,092	0,966	0,067	0,092	0,966
0,070	0,073	0,101	0,963	0,073	0,097	0,961	0,073	0,097	0,961	0,073	0,097	0,961
0,075	0,078	0,110	0,960	0,078	0,102	0,960	0,078	0,102	0,959	0,078	0,102	0,959
0,080	0,084	0,122	0,958	0,084	0,108	0,957	0,084	0,107	0,957	0,084	0,107	0,957
0,085	0,089	0,145	0,954	0,089	0,115	0,955	0,089	0,113	0,954	0,089	0,113	0,954
0,090	0,095	0,172	0,949	0,094	0,123	0,953	0,095	0,118	0,952	0,095	0,118	0,952
0,095	0,101	0,201	0,943	0,100	0,137	0,950	0,100	0,124	0,949	0,100	0,124	0,950
0,100	0,107	0,232	0,936	0,106	0,157	0,947	0,106	0,132	0,947	0,106	0,131	0,946
0,105	0,113	0,263	0,928	0,111	0,181	0,942	0,111	0,143	0,944	0,111	0,137	0,944
0,110	0,120	0,295	0,920	0,117	0,210	0,937	0,117	0,156	0,941	0,117	0,145	0,940
0,115	0,126	0,328	0,910	0,124	0,240	0,931	0,123	0,173	0,938	0,123	0,153	0,938
0,120	0,133	0,363	0,900	0,130	0,271	0,924	0,128	0,195	0,935	0,128	0,164	0,935
0,125	0,141	0,399	0,888	0,136	0,304	0,916	0,134	0,221	0,930	0,134	0,176	0,932
0,130	0,148	0,437	0,876	0,143	0,337	0,908	0,141	0,250	0,925	0,140	0,192	0,929
0,135	0,156	0,477	0,863	0,150	0,372	0,898	0,147	0,282	0,918	0,146	0,212	0,926
0,140	0,165	0,519	0,849	0,158	0,409	0,888	0,154	0,315	0,911	0,152	0,236	0,922
0,145	0,174	0,564	0,833	0,165	0,447	0,876	0,161	0,349	0,903	0,158	0,263	0,917
0,150				0,174	0,488	0,864	0,168	0,384	0,894	0,165	0,294	0,912
0,155				0,182	0,531	0,850	0,175	0,421	0,884	0,171	0,328	0,905
0,160							0,183	0,460	0,874	0,178	0,362	0,897
0,165							0,191	0,502	0,862	0,186	0,399	0,889
0,170							0,200	0,545	0,849	0,193	0,436	0,880
0,175										0,201	0,476	0,869
0,180										0,210	0,518	0,858
0,185										0,219	0,563	0,845
0,190												
0,195												
0,200												
0,205												
0,210												
0,215												
0,220												
0,225												
0,230												

Fig. 2.16 - Exemplo de uma tabela de cálculo de uma secção em T sujeita à flexão composta



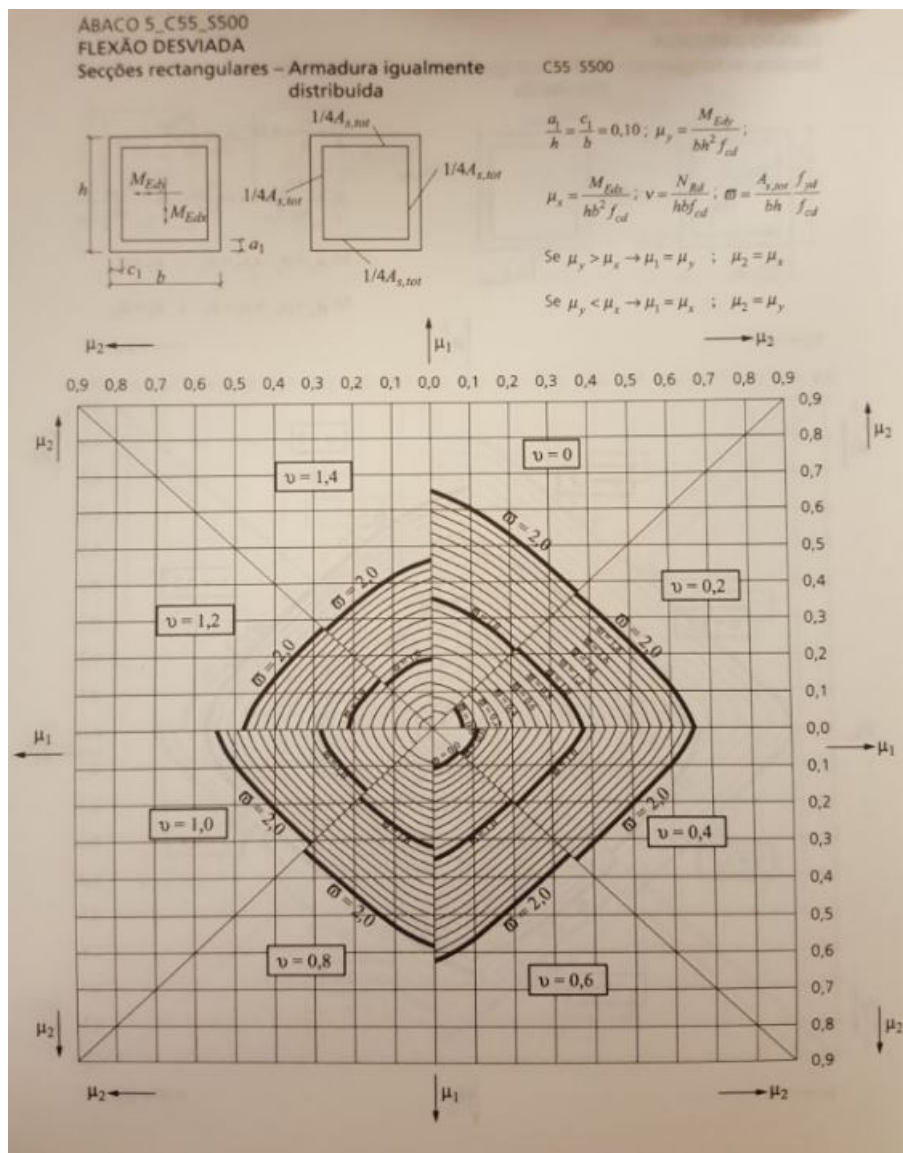


Fig. 2.17 - Exemplo de um ábaco de cálculo de uma secção quadrangular sujeita à flexão composta

### 2.5.3. RECURSO A ANÁLISE NÃO LINEAR

Por último é apresentada a metodologia mais abrangente e versátil de todas as opções de cálculo apresentadas, por nos eliminar as limitações ao nível das geometrias passíveis de analisar, mas também a opção mais complexa e trabalhosa de cálculo que em geral nos obrigada a apoiar as análises em software com este método de resolução implementado. A análise não linear, permitida pela norma na Secção 5 - Análise Estrutural, no tópico 7.5 apresentado na Figura 2.18.



### 5.7 Análise não linear

- (1) Os métodos de análise não linear poderão ser utilizados, quer para os estados limites de utilização quer para os estados limites últimos, desde que satisfaçam as condições de equilíbrio e de compatibilidade e que seja admitido um comportamento não linear adequado para os materiais. A análise poderá ser de primeira ou de segunda ordem.
- (2) Relativamente ao estado limite último, deverá verificar-se a capacidade de resistência das secções críticas locais a quaisquer deformações não elásticas resultantes da análise, tendo em devida conta as incertezas.
- (3) Para estruturas sujeitas predominantemente a acções estáticas, os efeitos de carregamentos anteriores poderão, em geral, ser desprezados, e poderá admitir-se um aumento monotónico da intensidade das acções.
- (4) P Na análise não linear, devem utilizar-se características dos materiais que representam a rigidez de uma forma realista mas que tenham em conta as incertezas da rotura. Devem utilizar-se apenas os modelos de cálculo que sejam válidos nos domínios de aplicação considerados.
- (5) Para estruturas esbeltas, para as quais os efeitos de segunda ordem não podem ser ignorados, poderá utilizar-se o método de cálculo indicado em 5.8.6.

Fig. 2.18 - Excerto do EC2 onde é abordada a questão das análises não lineares

Esta metodologia apoia-se num processo de cálculo iterativo, onde de forma resumida, a secção é discretizada em fibras como o exemplificado na Figura 2.19, em seguida são arbitrados diagramas de extensões para secção em análise, para cada uma das fibras discretizadas sujeita a determinada extensão é percorrida a curva da lei constitutiva do material procurando a extensão pretendida e retirada a correspondente tensão instalada na fibra. O esforço axial e o momento flector são obtidos através da integração das tensões normais instaladas nas fibras em ordem à secção em análise, é procurado estabelecer um equilíbrio entre a zona tracionada da secção e a zona comprimida. A análise fica concluída e é parado o processo iterativo quando é atingido o equilíbrio das forças internas instaladas na secção.

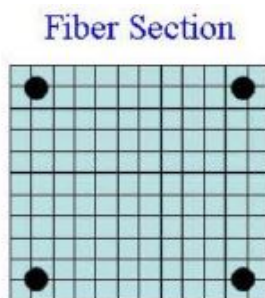


Fig. 2.19 - Exemplo de uma secção discretizada em fibras para realização da análise não linear

### 2.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após apresentadas todas as regras regulamentares necessárias às verificações seccionais de secções de betão armado, é possível neste momento avançar para a introdução do funcionamento da ferramenta desenvolvida. Todas as análises são realizadas em OpenSees, recorrendo à análise não linear das secções. As verificações de segurança aos estados limite último e estado limite de serviço são realizadas na classe principal do código do programa **Rc\_section.py** apresentadas no desenvolvimento do próximo capítulo e tiveram por base os critérios regulamentares expostos durante este capítulo.



## 3

## DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA VERIFICAÇÃO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO

### 3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo será desenvolvida uma breve descrição acerca do funcionamento da ferramenta desenvolvida durante a realização deste trabalho, a forma como a ferramenta foi estruturada, como pode ser utilizada e explicar o porquê desta ferramenta ser facilmente expansível para a resolução de outro tipo de problemas que não os abordados inicialmente. Esta ferramenta é apoiada essencialmente em duas linguagens, Python e OpenSees, Python para a construção de todo o algoritmo de controlo do programa e realização das verificações, e OpenSees [6] como o software utilizado para a realização das análises. Na construção dos relatórios de análises é utilizado o  $\text{\LaTeX}$ [7].

### 3.2. ORGANIZAÇÃO E MODULARIDADE DO CÓDIGO

Todo o código foi escrito num paradigma de programação orientada a objetos, onde a secção a analisar é definida como uma subclasse da classe mãe secções em betão armado (`Rc_section`), e onde lhe são atribuídas no momento da sua inicialização uma série de propriedades específicas do tipo de secção criada, como a sua geometria e os materiais que a constituem. Posteriormente ao chamar métodos definidos na secção podemos pedir o cálculo de propriedades adicionais que sejam necessárias determinar a partir dos parâmetros já introduzidas na inicialização da secção. Esta forma de escrever o código dá-nos a flexibilidade para a qualquer momento acrescentar novos métodos às nossas secções conferindo-lhes assim de uma forma fácil novas funcionalidades.

Abordando a questão de uma forma simplista, a classe mãe **`Rc_section`** acaba por ser o que define todas as secções compostas pelos materiais betão e aço, betão armado, com métodos e propriedades para tratar sobretudo propriedades materiais. As subclasses estão relacionadas com a geometria das secções. No fundo é criada uma secção com determinada geometria (subclasse), que vai buscar todas as propriedades e possibilidades de cálculo relacionadas com os materiais das secções de betão armado (classe mãe) e adiciona as suas propriedades e métodos relacionados com a geometria. A classe mãe é transversal a todas as subclasses, sendo que qualquer que seja a geometria selecionada (subclasse) a secção é sempre em betão armado (classe mãe). Já as subclasses têm especificidades relativas a cada tipo de geometria, tendo cada uma os seus próprios métodos e propriedades. As subclasses programadas nesta ferramenta foram:

- `RectangularRCS` - Define secções retangulares;

- CircularRCS - Define secções circulares;
- T\_RCS - Define secções em T;
- I\_RCS - Define secções em I;
- U\_RCS - Define secções em U.

Na figura 3.1 é apresentada a relação entre a classe mãe (Rc\_section) e todas as suas subclasses.

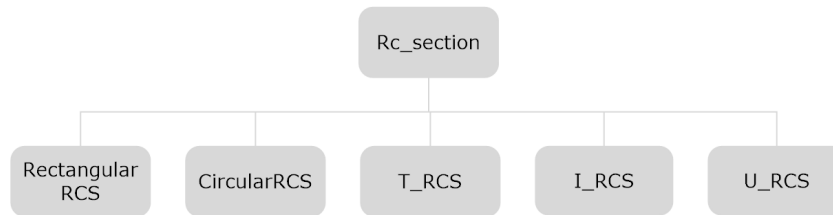


Fig. 3.1 - Relação da classe mãe com as suas subclasses

Na figura 3.2 é possível observar alguns dos métodos da classe mãe partilhados com as subclasses, e na figura 3.3 alguns métodos que variam dependendo da geometria selecionada.

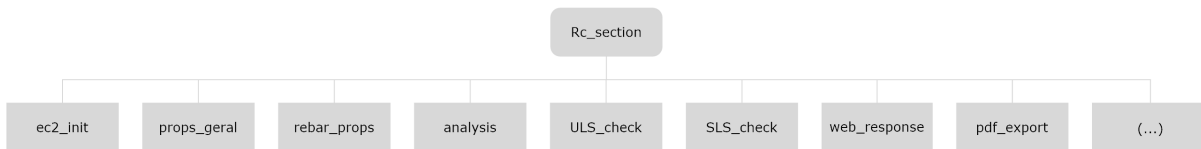


Fig. 3.2 - Representação de alguns métodos da classe mãe Rc\_section

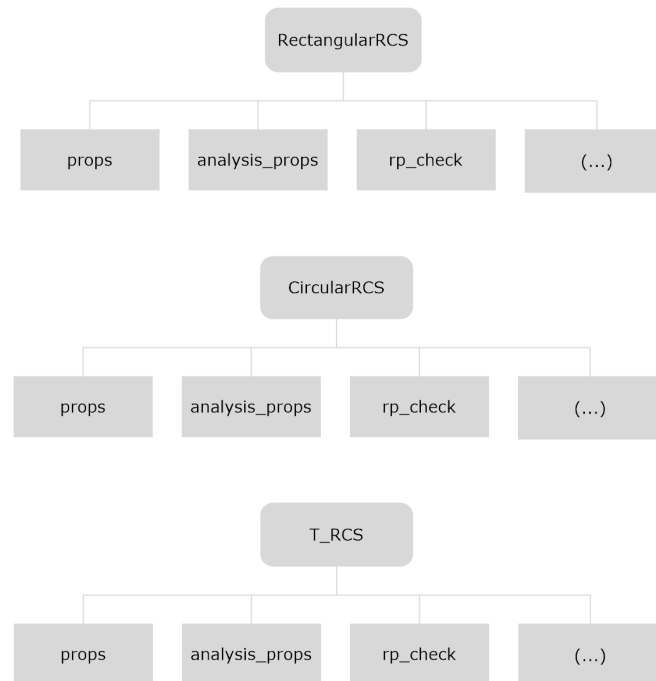


Fig. 3.3 - Representação de alguns métodos de algumas subclasses da classe mãe Rc\_section

### 3.3. EXECUÇÃO DO PROGRAMA

#### 3.3.1. INTRODUÇÃO

O código do programa foi pensado para funcionar de forma independente de uma eventual interface gráfica, permitindo que a ferramenta possa ser executada sem recurso a qualquer interface gráfica ou a uma qualquer interface gráfica que faça uso da API para interagir com o programa. O programa foi preparado para receber parâmetros e entregar resultados de duas formas distintas: é possível executar o programa diretamente na consola do sistema operativo executando um “script” Python com os comandos de acordo com a análise pretendida; outra possibilidade é interagir com o programa recorrendo à sua API, que foi preparada para receber pedidos no formato de intercâmbio de dados JSON (*JavaScript Object Notation*) e retornar a resposta com os resultados também em formato JSON. Para isso os métodos chamados durante a execução do programa limitam-se a retornar os resultados para variáveis armazenadas em memória interna, que no final são processados por um método terminal dedicado à apresentação dos resultados, que constrói e responde com um pedido JSON no caso de estar a ser utilizada a API, ou exporta um relatório de análises no caso do programa estar a ser executado sem interface gráfica.

Por ter sido construída uma API juntamente com o desenvolvimento do programa, é possibilitado o alojamento do mesmo num servidor remoto onde o programa é acedido recorrendo a uma interface que interaja com a API. Desta forma, os dados são enviados pelo cliente, calculados a nível do servidor, e enviados os resultados novamente para o cliente.

Nesta secção será apresentado como executar o programa localmente fornecendo-lhe as instruções a executar directamente por via de script, ou utilizando a sua API.

### 3.3.2. EXECUÇÃO DIRETA

Ao utilizar a ferramenta de forma local sem interface gráfica, é necessário inicializar as secções e chamar os métodos de análise por via manual. Os métodos são executados e os resultados são obtidos por via de um relatório de cálculo exportado automaticamente no final da execução das análises. Nesta secção irá ser exposta a forma de como construir os diferentes tipos de secções suportados pela ferramenta e como pedir os resultados pretendidos.

#### 3.3.2.1. Introdução de dados

Quando se executa o código localmente é necessária a introdução manual dos parâmetros necessários para a definição da secção, a sua geometria e materiais, e os necessários à realização das análises, combinações de ações e tipo de análise a realizar. Quando o programa é executado localmente é necessário criar um pequeno script em python que importe a classe programada, inicialize a secção pretendida e chame os métodos pretendidos (em alternativa podemos correr os comandos do script diretamente na consola python). Ao optar pela execução direta do programa é necessário o prévio armazenamento das combinações de ações em 4 ficheiros com extensão *.loads*, 1 ficheiro para as combinações do ELU (ULS.loads) e 3 ficheiros para as combinações de ELS, divididos pelas combinações Característica (SLS1.loads), Frequente (SLS2.loads) e Quase-Permanente (SLS3.loads). Estes ficheiros devem ser armazenados numa pasta automaticamente criada pelo programa quando executado no modo local, que se encontra na pasta raiz do programa *.Loads*. As ações introduzidas nestes ficheiros já devem ser as ações de cálculo depois de separadas pelas respetivas combinações. É possível observar na Figura 3.4 um exemplo da forma como são armazenadas as combinações de ações nos ficheiros referidos, onde lendo por linha, o primeiro valor observado é referente aos esforços axiais ( $N$ ), o segundo aos momentos segundo  $y$  ( $M_y$ ) e o terceiro aos momentos segundo  $z$  ( $M_z$ ), valores introduzidos respetivamente nas unidades  $kN$ ,  $kN.m$  e  $kN.m$ .

```

1 0.0 -100.0 0.0
2 0.0 -200.0 0.0
3 0.0 0.0 75.0
4 0.0 0.0 200.0
5 0.0 -100.0 50.0
6 0.0 -125.0 75.0
7 -750.0 -200.0 0.0
8 -750.0 -350.0 0.0
9 -750.0 0.0 100.0
10 -750.0 0.0 200.0
11 -750.0 -150.0 50.0
12 -750.0 -250.0 100.0

```

Fig. 3.4 - Ficheiro de armazenamento de combinações de ações

As geometrias de secções passíveis de analisar pelo programa são as retangulares, circulares, em T, em I e em U. Na Figura 3.5 são demonstradas a inicialização de todas as geometrias referidas juntamente com todos os argumentos necessários à sua inicialização.

```

1 RectangularRCS(b, h, fc, fy, rp, web = None, exec_mode = 'local')
2
3 CircularRCS(d, fc, fy, rp, web = None, exec_mode = 'local')
4
5 T_RCS(b, h, bw, hf, fc, fy, rp, web = None, exec_mode = 'local')
6
7 I_RCS(b, h, bw, hf1, hf2, fc, fy, rp, web = None, exec_mode = 'local')
8
9 U_RCS(b, h, wbt, wlt, w2t, fc, fy, rp, web = None, exec_mode = 'local')
10
11
12 rp = [(x, y, diam), (x, y, diam), ...]

```

Fig. 3.5 - Inicialização de todas as geometrias suportadas pelo programa

As variáveis apresentadas na Figura 3.5 enviadas como argumento dizem respeito às propriedades geométricas da secção, aos materiais e à seleção do modo de execução pretendido. Quando executado localmente as variáveis *web* e *exec\_mode* devem estar definidas respetivamente como *None* e *'local'*. As propriedades dos materiais são passadas para o programa através das variáveis *fc* e *fy* que dizem respeito à resistência à compressão característica do betão e à tensão de cedência do aço das armaduras respetivamente. A geometria é definida pelos restantes parâmetros que variam entre as diferentes secções e por um parâmetro comum *rp*, que consiste numa lista de tuplos com as coordenadas e diâmetro dos varões que constituem a armadura como o exemplificado na última linha da Figura 3.5. As propriedades geométricas referentes a cada uma das secções apresentadas poderão ser consultadas nos anexos deste documento.

### 3.3.2.2. Procedimento de execução do programa

Nas Figuras 3.6 e 3.7 observamos um exemplo de execução do programa por via de script e por via da consola python de uma secção retangular (a mesma secção apresentada posteriormente na apresentação dos Casos de Estudo).

```

1 from Rc_section import *
2
3 s1 = RectangularRCS(.30, .55, 30, 500, [(-.1125, .22, 16), (-.0375, .22, 16),
4      (.0375, .22, 16), (.1125, .22, 16), (-.1125, -.22, 16), (-.0375, -.22, 16),
5      (.0375, -.22, 16), (.1125, -.22, 16)], None, exec_mode)
6 s1.pdf_export(analysis_type= 'ULS')

```

Fig. 3.6 - Exemplo da execução do programa via script em Python

```

Linha de comandos - python
E:\Work\FEUP\Tese\Linux-shr\Code\Rc_section_v5>python
Python 2.7.9 (default, Dec 10 2014, 12:28:03) [MSC v.1500 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from Rc_section import *
>>> exec_mode = 'local'
>>> s1 = RectangularRCS(.30, .55, 30, 500, [(-.1125, .22, 16), (-.0375, .22, 16),
(.0375, .22, 16), (.1125, .22, 16), (-.1125, -.22, 16), (-.0375, -.22, 16), (.0375, -.22, 16), (.1125, -.22, 16)], None, exec_mode)
>>> s1.pdf_export(analysis_type='ULS')

```

Fig. 3.7 - Exemplo da execução do programa utilizando diretamente a consola Python

### 3.3.2.3. Apresentação de resultados

No caso de o programa ser executado por via de execução direta os resultados de cada análise solicitada, são apresentados documento .pdf gerado no final da análise, que contém um relatório das verificações efetuadas. Na figura 3.8 é possível observar, como exemplo, parte de um relatório de verificações ao estado limite último.

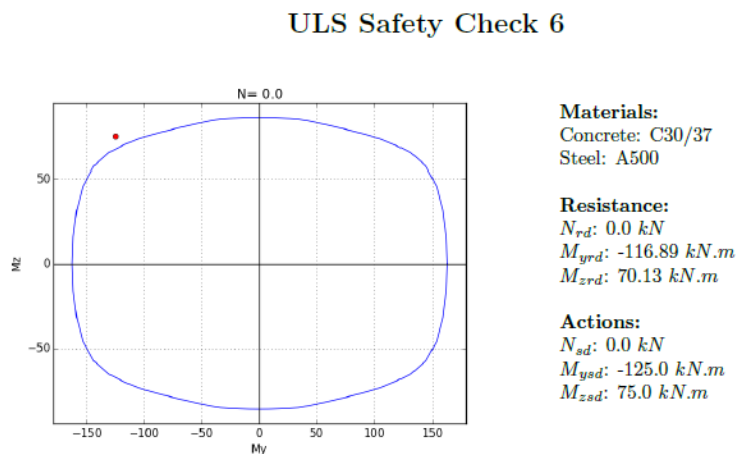


Fig. 3.8 - Exemplo de parte de um relatório de verificações



### 3.3.3. EXECUÇÃO UTILIZANDO UMA API

Juntamente com o programa foi desenvolvida uma API preparada para receber pedidos de análises em formato JSON provenientes de qualquer interface que os gere, e enviar no final das análises uma resposta também em formato JSON, permitindo que seja facilmente interpretada pela interface de destino e apresentados os outputs pretendidos. Nesta secção irá ser demonstrada esta interoperabilidade entre o programa desenvolvido e a sua API, utilizando esta como meio de comunicação entre o utilizador e o programa que realiza o cálculo.

#### 3.3.3.1. Introdução de dados

Os dados presentes no pedido são introduzidos numa qualquer interface que utilize a API do programa que os interpreta e gera um pedido JSON semelhante ao exemplificado na figura 3.9. Este pedido é interpretado numa fase inicial pela API construída, que vai determinar que tipo de secção construir e chamar um método presente na classe `Rc_section` que interpretará o resto dos parâmetros enviados no pedido, seleccionar o tipo de análise pretendida e passar os restantes inputs fornecidos no pedido para utilização nas análises. Ao contrário do que acontece na execução direta do programa, na execução por esta via não é necessário o pré armazenamento das combinações de ações em ficheiros locais pois estas combinações passam para o programa juntamente com o pedido, como se pode observar na figura 3.10 destacada do exemplo do pedido da figura 3.9.

```
{ "id":20,"owner":"user","created":"2015-12-12T17:23:39.442398Z","modified":"2015-12-12T17:23:39.442458Z","title":"test","description":"test","section_type":"RECT","concrete_class":"C30_37","steel_class":"A500","limit_state":"ULSc","height":550.0,"width":300.0,"diameter":null,"bw":null,"hf":null,"hf1":null,"hf2":null,"wbt":null,"wlt":null,"w2t":null,"reinforcement":[{"y":-112.5,"z":220,"diam":16}, {"y":-37.5,"z":220,"diam":16}, {"y":37.5,"z":220,"diam":16}, {"y":112.5,"z":220,"diam":16}, {"y":-112.5,"z":-220,"diam":16}, {"y":-37.5,"z":-220,"diam":16}, {"y":37.5,"z":-220,"diam":16}, {"y":112.5,"z":-220,"diam":16}, {"y":0,"z":0,"diam":16}], "actions":[{"mz":30.0,"my":15.0,"n":-2000.0},{}]}
```

Fig. 3.9 - Exemplo de um pedido JSON

```
"actions":[{"mz":30.0,"my":15.0,"n":-2000.0},{}]}
```

Fig. 3.10 - Acções enviadas no pedido JSON

#### 3.3.3.2. Apresentação de resultados

Os resultados são devolvidos pela API ao utilizador de novo para a interface que se esteja a utilizar de forma semelhante à que o pedido foi enviado, numa string em formato JSON gerada por método contido na classe `Rc_section.py`, de forma a poder ser posteriormente interpretada pela interface utilizada pelo utilizador permitindo a geração dos outputs a apresentar, o resultado das verificações, e no caso de existirem os gráficos a elas associados. Na figura 3.11 podemos observar a resposta retornada pelo método da classe `Rc_section.py` dedicado à construção das resposta em JSON do pedido exemplificado na figura 3.9.

```

1 {"id": "null", "n": -2000.0, "my": 15.0, "mz": 30.0, "safety_status": null, "ratio":
  null, "interaction": [[334.22695, 0.0], [312.446423, 31.244642], [280.166205,
  56.033241], [249.379484, 74.813845], [222.838458, 89.135383], [200.282151,
  100.141076], [181.107525, 108.664515], [164.858144, 115.400701], [150.808382,
  120.646706], [138.762611, 124.886349], [128.301221, 128.301221], [118.305013,
  131.450014], [107.65811, 134.572637], [96.366406, 137.666294], [84.432772,
  140.721286], [71.85232, 143.70464], [58.642401, 146.606003], [44.692074,
  148.973582], [30.177766, 150.888828], [15.253966, 152.539665], [-0.0,
  153.895831], [-15.253966, 152.539665], [-30.177766, 150.888828], [-44.692074,
  148.973582], [-58.642401, 146.606003], [-71.85232, 143.70464], [-84.432772,
  140.721286], [-96.366406, 137.666294], [-107.65811, 134.572637], [-118.305013,
  131.450014], [-128.324366, 128.324366], [-138.75858, 124.882722], [-150.812317,
  120.649853], [-164.872216, 115.410551], [-181.154105, 108.692463], [-200.247435,
  100.123718], [-222.853469, 89.141388], [-249.419677, 74.825903], [-280.167193,
  56.033439], [-312.458817, 31.245882], [-312.458817, -31.245882], [-280.167193,
  -56.033439], [-249.419677, -74.825903], [-222.853469, -89.141388], [-200.247435,
  -100.123718], [-181.154105, -108.692463], [-164.872216, -115.410551],
  [-150.812317, -120.649853], [-138.75858, -124.882722], [-128.301221,
  -128.301221], [-118.238052, -131.375614], [-107.590047, -134.487559],
  [-96.316494, -137.594992], [-84.372582, -140.62097], [-71.855633, -143.711266],
  [-58.633961, -146.584902], [-44.67211, -148.907032], [-30.125532, -150.627657],
  [-15.240677, -152.406762], [15.240677, -152.406762], [30.125532, -150.627657],
  [44.67211, -148.907032], [58.633961, -146.584902], [71.855633, -143.711266],
  [84.372582, -140.62097], [96.316494, -137.594992], [107.590047, -134.487559],
  [118.238052, -131.375614], [128.301221, -128.301221], [138.762611, -124.886349],
  [150.808382, -120.646706], [164.858144, -115.400701], [181.107525,
  -108.664515], [200.282151, -100.141076], [222.838458, -89.135383], [249.379484,
  -74.813845], [280.166205, -56.033241], [312.446423, -31.244642], [334.22695,
  0.0]]}

```

Fig. 3.11 - Exemplo de uma resposta em JSON

### 3.4. ANÁLISES SECCIONAIS

O OpenSees é o software utilizado para a realização das análises não lineares seccionais solicitadas durante a execução do programa. Neste sub-capítulo será explicado como a ferramenta constrói as análises a realizar e que análises são realizadas para a resolução de cada tipo de problema solicitado durante a sua execução.

#### 3.4.1. ANÁLISES NÃO LINEARES GERADAS E EXECUTADAS DURANTE EXECUÇÃO DO PROGRAMA

Para a geração das análises em OpenSees são usados templates de análises previamente preparados para receber as propriedades da secção, como a sua geometria e materiais, as listas das combinações de ações que se pretendem testar, e as coordenadas das fibras da secção onde se pretende controlar o seu comportamento, nestes pontos de controlo é possível pedir forças, tensões ou extensões.

Gerada a secção na classe `Rc_section` e selecionado o tipo de análise a realizar, é selecionado o template compatível com o pedido, onde são substituídas as propriedades variáveis pelas propriedades da secção gerada. Nas figuras 3.12 e 3.13 podem-se observar um exemplo de um template de análise seccional em OpenSees e o seu posterior preenchimento por parte da classe `Rc_section`. Ao observar as figuras é perceptível que as palavras-chave contidas entre dois pares de chavetas (`{{...}}`) são substituídas na passagem do template para a análise completa com as propriedades fornecidas.

```

1 foreach {N iMy iMz} {
2   {{Actions_list}}
3 } {
4   wipe
5   model basic -ndm 3 -ndf 6
6   #Create node
7   node 1 0.0 0.0 0.0
8   node 2 0.0 0.0 0.0
9   fix 1 1 1 1 1 1
10  fix 2 0 1 1 1 0 0
11  #Create material
12  uniaxialMaterial Concrete01 1 -$fcd -$sec2 -$fcd -$sec2
13  uniaxialMaterial Steel01 2 $fyd $Es 0.000
14  #Create Section
15  section Fiber 1 {
16    {{geometry}}
17  }
18  element zeroLengthSection 1 1 2 1;
19  pattern Plain 1 "Constant" {
20    load 2 $N 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0;
21  }
22  integrator LoadControl 1
23  system ProfileSPD
24  test RelativeEnergyIncr 1e-4 50
25  numberer Plain
26  constraints Plain
27  algorithm Newton
28  analysis Static
29  analyze 1
30  loadConst -time 0.0;
31  pattern Plain 2 "Linear" {
32    load 2 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 $iMy $iMz;
33  }
34  set dK [expr $secu2*3/2/0.55 * 0.01]
35  set dK .00001
36  test NormUnbalance 1.0e-4 1000
37  system SparseGeneral -piv
38  numberer Plain;
39  constraints Plain;

```

Fig. 3.12 - Excerto do template de análise OpenSees

```

1 foreach {N iMy iMz} {
2 0.0 1.0 0.0
3 0.0 1.0 0.0
4 0.0 0.0 1.0
5 0.0 0.0 1.0
6 0.0 -2.4 1.0
7 0.0 -0.6 1.0
8 -1500.0 1.0 0.0
9 -1500.0 1.0 0.0
10 -1500.0 0.0 1.0
11 -1500.0 0.0 1.0
12 -1500.0 -3.0 1.0
13 -1500.0 -1.5 1.0
14 } {
15   wipe
16   model basic -ndm 3 -ndf 6
17   #Create node
18   node 1 0.0 0.0 0.0
19   node 2 0.0 0.0 0.0
20   fix 1 1 1 1 1 1
21   fix 2 0 1 1 1 0 0
22   #Create material
23   uniaxialMaterial Concrete01 1 -$fcd -$sec2 -$fcd -$secu2
24   uniaxialMaterial Steel01 2 $fyd $Es 0.000
25   #Create Section
26   section Fiber 1 {
27     fiber -0.1125 0.22 0.00020106192983 2;
28     fiber -0.0375 0.22 0.00020106192983 2;
29     fiber 0.0375 0.22 0.00020106192983 2;
30     fiber 0.1125 0.22 0.00020106192983 2;
31     fiber -0.1125 -0.22 0.00020106192983 2;
32     fiber -0.0375 -0.22 0.00020106192983 2;
33     fiber 0.0375 -0.22 0.00020106192983 2;
34     fiber 0.1125 -0.22 0.00020106192983 2;
35     patch rect 1 20 20 [expr -0.3/2] [expr -0.55/2] [expr 0.3/2] [expr 0
36     .55/2];
37   }
38   element zeroLengthSection 1 1 2 1;
39   pattern Plain 1 "Constant" {
40     load 2 $N 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0;
41   }
42   integrator LoadControl 1
43   system ProfileSPD
44   test RelativeEnergyIncr 1e-4 50
45   numberer Plain
46   constraints Plain
47   algorithm Newton
48   analysis Static
49   analyze 1
50   loadConst -time 0.0;
51   pattern Plain 2 "Linear" {
52     load 2 0.0 0.0 0.0 0.0 $iMy $iMz;
53   }
54   set dK [expr $secu2*3/2/0.55 * 0.01]
55   set dK .00001
56   test NormUnbalance 1.0e-4 1000
57   system SparseGeneral -piv
58   numberer Plain;
59   constraints Plain;

```

Fig. 3.13 - Excerto do template de análise OpenSees depois de preenchido

Os templates foram preparados dependendo do tipo de análise a realizar, onde variam os inputs introduzidos e os outputs pretendidos. De acordo com o tipo de análise a realizar é selecionado o template necessário para o cumprimento dos objetivos pretendidos da análise, de entre os vários disponibilizados previamente construídos durante o desenvolvimento do programa.

São em seguida apresentados todos os templates disponíveis para a realização das análises acompanhados de uma descrição do objetivo da sua utilização:

**NmaxS.tcl:** Este template é utilizado na análise para determinar o esforço axial máximo resistido pela secção no caso de esta estar sujeita a compressão simples. Ou seja, a extensão de compressão máxima admissível é limitada a  $\varepsilon_{c2}$  (parâmetro consultado no quadro da figura 2.1 retirado do EC2), no momento em que este valor de extensão é atingido será registado o valor do esforço axial instalado na secção.

**NmaxF.tcl:** Esta análise é idêntica à NmaxS.tcl diferindo no valor máximo da extensão admissível, que passa a deixar de ser limitada a  $\varepsilon_{c2}$  mas sim a  $\varepsilon_{cu2}$ . O objetivo desta análise é determinar o máximo valor do esforço axial admissível na secção quando combinado com esforços de flexão.

**ULS.check.tcl:** Análise utilizada para verificações de combinações de ações no estado limite último. Na geração desta análise é enviada a lista de combinações de ações a testar e para cada combinação fornecida na lista é fixado o esforço axial da combinação e em seguida aumentando progressivamente os esforços flectores fornecidos no rácio entre os momentos da combinação a testar. Este aumento progressivo é realizado até que a secção esgote a sua resistência (momento em que a primeira fibra da secção atinge a extensão de  $\varepsilon_{cu2}$ ), nesse ponto são registados os valores dos esforços flectores instalados na secção e comparados posteriormente com os momentos da combinação fornecida para determinar se a secção tem ou não capacidade para resistir aos esforços da combinação.

**ULS.curve.tcl:** É nesta análise que são extraídos os valores que permitem desenhar a curva de interação My-Mz para um determinado nível de esforço axial N. É semelhante à ULS\_check.tcl, mas agora em vez de fornecido o rácio entre os momentos da combinação é fornecida uma lista de rácios que delimitam na totalidade a fronteira resistente da secção.

**SLS\_Mcr.tcl:** Sendo esta uma análise dedicada a verificações de serviço é considerada uma lei de tensão-extensão do betão considerando a resistência à tração do betão  $f_{ctm}$ . O princípio da análise é o mesmo que o das ULS\_check.tcl e ULS\_curve.tcl, mas em vez de ser controlada a máxima extensão de compressão do betão é controlada a tensão de tracção do betão. A análise é interrompida quando a primeira fibra da secção de betão atinge a máxima tensão de tração do betão ( $f_{ctm}$ ). Neste momento são registados os momentos instalados na secção e registado os seus valores. Estes momentos passam a ser considerados os momentos críticos  $M_{cr}$ , valor de esforço que divide a fase de análise entre a análise da secção com betão não fendilhado, onde é considerada a sua resistência à tração, e a análise do betão fendilhado, quando passa a ser ignorada a resistência do betão à tração.

**SLS\_check1.tcl:** Análise com vista à determinação das tensões de compressão no betão e tração nas armaduras para utilizar nas verificações de serviço. Esta análise é realizada considerando a resistência do betão à tração e é utilizada para combinações onde os momentos críticos ( $M_{cr}$ ) não sejam atingidos.

**SLS\_check2.tcl:** Esta análise tem o mesmo objetivo da SLS\_check1.tcl, mas é utilizada para combinações cujos os momentos críticos tenham sido ultrapassados. É utilizada com uma lei material do betão sem resistência a esforços de tração.

#### 3.4.1.1. Verificações ao ELU

Durante a execução do programa, é inicializado dentro das opções disponíveis um objeto (*secção*), onde são calculadas, com base nos parâmetros introduzidos, todas as propriedades e parâmetros adicionais

necessários à execução das análises. No caso das verificações ao estado limite último existem duas possibilidades de análise anteriormente mencionadas. A `ULS.check.tcl` onde apenas são pedidos os esforços máximos a que a secção têm capacidade de resistir, e a `ULS.curve.tcl`, onde além dos resultados que saem da primeira análise `ULS.check.tcl` é obtida também uma lista de pontos necessários à representação da curva de interação  $M_y$ - $M_z$  para o esforço axial  $N$  da combinação pretendida.

Quando uma secção, por exemplo, retangular é definida da forma apresentada na figura 3.14, são executados os métodos **ec2.init** (apresentado na figura 3.15) que armazena todas as propriedades materiais que possam posteriormente ser necessárias para utilizar nas análises, e o método **ULS.check** que faz um pedido de análise ao estado limite último. Ao chamar o método **ULS.check** este necessita de um parâmetro adicional que especifica se é pretendida ou não a curva de interação. O método **ULS.check** chama o método **analysis** passando a informação já fornecida e indicando se é ou não para determinar a curva de interação. Este método **analysis** vai selecionar o template de análise, construir o ficheiro de análise, e correr a análise no programa OpenSees, que nos disponibiliza os resultados pretendidos para a realização das verificações. Após a saída dos resultados com os esforços máximos admissíveis pelas secções, o método **ULS.check** irá realizar todas as verificações de segurança pela comparação dos esforços fornecidos na lista de combinações com os esforços resistentes determinados na análise. Após concluídas as verificações de segurança o mesmo método **ULS.check** retorna uma lista dos resultados das verificações (*OK* ou *KO*) e no caso de ter sido pedida a curva de interação, uma lista de pontos das coordenadas necessárias ao traçado da curva. É apresentada na figura 3.16 um diagrama que procura exemplificar o que acabou de ser exposto.

```
s = RectangularRCS(.30, .55, 30, 500, [(-.1125, .22, 16), (-.0375, .22, 16), (.0375, .22, 16), (.1125, .22, 16), (-.1125, -.22, 16), (-.0375, -.22, 16), (.0375, -.22, 16), (.1125, -.22, 16)], None, exec.mode)
```

Fig. 3.14 - Exemplo da definição da secção

```

1 def ec2_init(self, fck, fyk):
2     fcm = fck + 8
3     if fck > 50:
4         fctm = 2.12 * math.log(1 + (fcm / 10.))
5         ec2 = 2.0 + .085 * (fck - 50) ** .53
6         ecu2 = 2.6 + 35 * ((90 - fck) / 100.) ** 4
7     elif fck == 50:
8         fctm = .3 * fck ** (2./3.)
9         ec2 = 2.0 + .085 * (fck - 50) ** .53
10        ecu2 = 2.6 + 35 * ((90 - fck) / 100.) ** 4
11    else:
12        fctm = .3 * fck ** (2./3.)
13        ec2 = 2.
14        ecu2 = 3.5
15    fctk = .7 * fctm
16    Ecm = 22 * (fcm / 10.) ** (.3)
17    fcd = fck / 1.5
18    fyd = fyk / 1.15
19    mat_props = dict(fck = fck, fcm = fcm, fctm = round(fctm, 1), fctk = round(fctk,
20    1),
21                    Ecm = round(Ecm, 0), ec2 = round(ec2, 1), ecu2 = round(ecu2, 1)
22    ,
23                    fyk = fyk, Es = 200, fcd = fcd, fyd = fyd)
24    self.mat_props = mat_props
25    return { '{{fcd}}' : str(mat_props['fcd'] * 1e3),
26            '{{Ec}}' : str(mat_props['Ecm'] * 1e6),
27            '{{fyd}}' : str(mat_props['fyd'] * 1e3),
28            '{{Es}}' : str(mat_props['Es'] * 1e6),
29            '{{ec2}}' : str(mat_props['ec2'] / 1000),
30            '{{ecu2}}' : str(mat_props['ecu2'] / 1000.),
31            '{{fck}}' : str(mat_props['fck'] * 1e3),
32            '{{fyk}}' : str(mat_props['fyk'] * 1e3),
33            '{{fctm}}' : str(mat_props['fctm'] * 1e3)
34    }

```

Fig. 3.15 - Excerto de código do programa Rc.section.py que apresenta o método ec2\_init

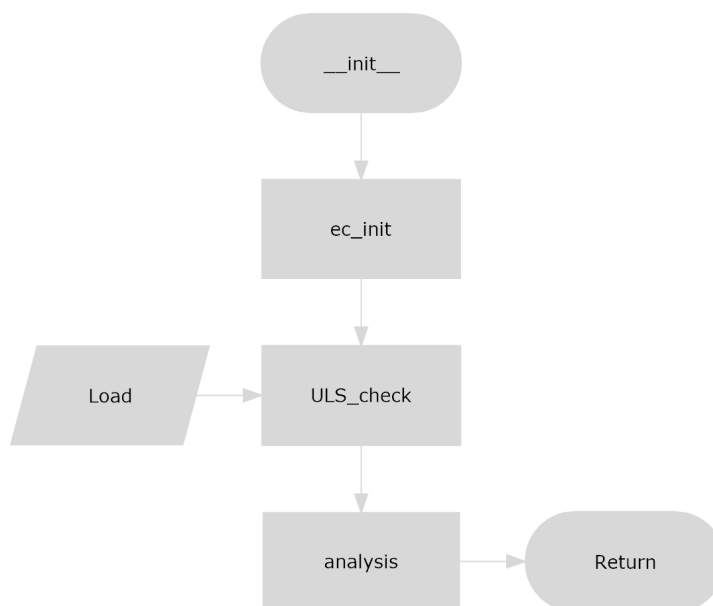


Fig. 3.16 - Diagrama do fluxo do programa numa verificação ELS

#### 3.4.1.2. Verificações ao ELS

O fluxo de funcionamento do programa `Rc_section.py` para o caso das verificações ao estado limite de serviço é bastante semelhante à do fluxo para as verificações ao estado limite último. As principais diferenças assentam no método principal de verificação envolvido, que passa a ser o método **SLS\_check** em vez de usar o **ULS\_check**, e nas análises realizadas, que além da `ULS_check` que continua a ser executado para validar se as combinações fornecidas para verificações de serviço não ultrapassam a máxima resistência da secção, são utilizadas as análises dedicadas à determinação de resultados a utilizar nas verificações de serviço `SLS_Mcr.tcl`, `SLS_check1.tcl` e `SLS_check2.tcl`.

Após inicializarmos a secção, servindo de exemplo a mesma utilizada para exemplificar o funcionamento das verificações ao estado limite último (figura 3.14), será novamente invocado o método **ec2\_init**. No caso das verificações de serviço será chamado o método **SLS\_check**, método que irá realizar todas as verificações de serviço possibilitadas pela ferramenta, nomeadamente verificações de limitação de tensões e cálculo das aberturas de fendas, utilizando os dados obtidos pela execução das respetivas análises. Tal como acontecia nas verificação aos ELU o método **SLS\_check** irá chamar o método **analysis** que irá inicialmente gerar uma análise com a estrutura da `SLS_Mcr.tcl` com todas as combinações que passaram na primeira fase da verificação ao estado limite último. Como já anteriormente referido, esta análise irá retornar o valor dos esforços flectores para o qual a secção fendilha. Com os valores dos  $M_{cr}$  conhecidos o método **SLS\_check** realiza uma triagem das combinações que fendilham a secção separando-as em duas listas distintas. Neste ponto é novamente invocado o método **analysis** para construção e execução da análise que visa determinar as tensões instaladas interessadas para as verificações recorrendo a duas distintas estruturas de análise, a estrutura da `SLS_check1.tcl` para a lista de combinações que não ultrapassam os  $M_{cr}$  e a estrutura `SLS_check2.tcl` para a lista de combinações onde são ultrapassados os  $M_{cr}$ . Com os resultados das análises é realizado ao nível do método **SLS\_check** as verificações das limitações de tensões, e para o caso de secções retangulares ou em T que estejam sujeitas a flexão simples ou flexão composta em que o momento solicitante tenha ultrapassado o momento crítico é calculada a abertura de fendas. Procura-se na figura 3.17 apresentar o fluxo do programa quando



são executadas verificações ao estado limite de serviço.

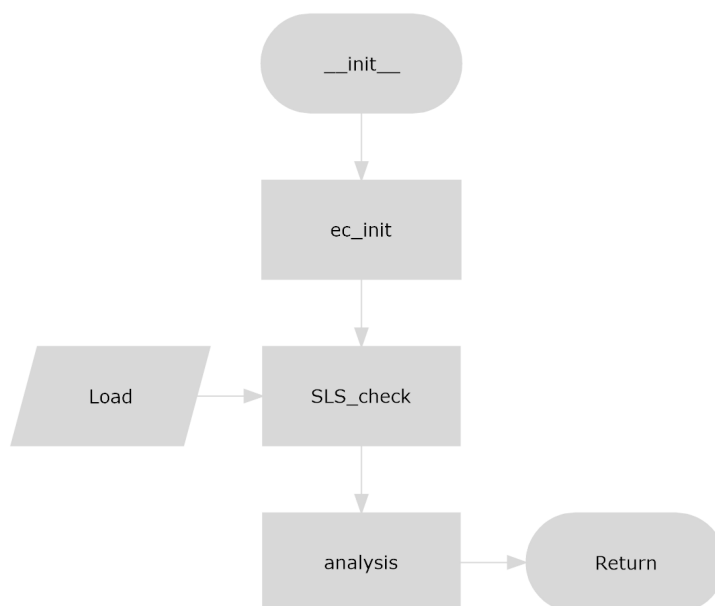


Fig. 3.17 - Diagrama do fluxo do programa numa verificação ELS

### 3.5. ABORDAGEM DA CONSIDERAÇÃO DO EFEITO DE CONFINAMENTO DO BETÃO CONFERIDO PELAS ARMADURAS TRANSVERSAIS

Embora não tenho sido atualmente disponibilizado para o utilizador final a possibilidade do cálculo seccional considerando o confinamento do betão conferido pelas armaduras de esforço transversal, foi desenvolvido um módulo para a realização de testes onde foi considerado este efeito de confinamento do betão na execução das análises para com base nos resultados obtidos, justificar a possibilidade da sua implementação de forma a poder ser utilizada por qualquer utilizador que utilize a ferramenta.

Ao longo deste sub-capítulo foram definidas secções utilizadas nos testes, analisada a influencia do confinamento ao nível do material e traçadas curvas de momento-curvatura para comparação do comportamento da secção ignorando o confinamento do betão com a consideração deste efeito de confinamento.

#### 3.5.1. DEFINIÇÃO DAS SECÇÕES ANALISADAS

Para alvo de testes foram definidas duas secções, uma quadrangular e uma circular ambas com um betão da classe C30/37 e aço A500 para as armaduras, com diferentes soluções de armaduras resistentes ao esforço transversal definidas transversalmente a ambas as secções. Foi definida uma secção quadrangular com  $0.50m$  por  $0.50m$  com 12 varões de  $16mm$  de armadura transversal, igualmente espaçados de  $0.12m$  e com um recobrimento até à armadura de esforço transversal de  $0.03m$  conforme o representado na Figura 3.18, e uma secção circular com  $0.60m$  de diâmetro, com 16 varões de  $16mm$  igualmente espaçados e com um recobrimento de  $0.04m$  até à face da armadura resistente ao esforço transversal, conforme o representado na Figura 3.19.

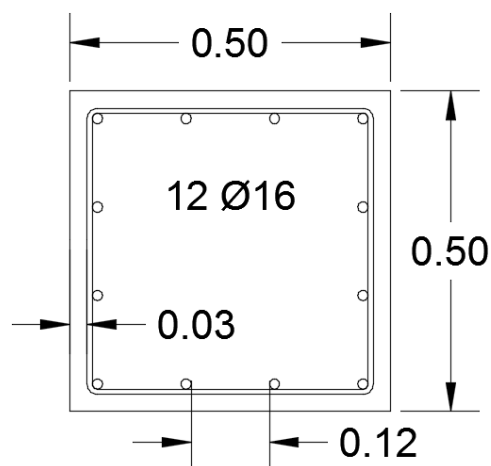


Fig. 3.18 - Secção quadrangular para consideração do efeito do confinamento do betão

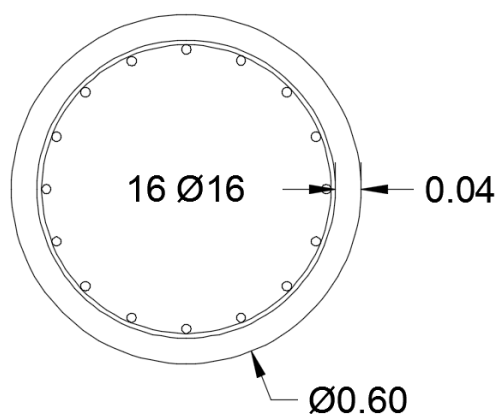


Fig. 3.19 - Secção circular para consideração do efeito do confinamento do betão

Como soluções de armaduras resistentes ao esforço transversal, foram definidas 12 soluções de armadura:

- $\phi 6/30$ ;
- $\phi 6/20$ ;
- $\phi 6/15$ ;
- $\phi 6/10$ ;
- $\phi 8/30$ ;
- $\phi 8/20$ ;
- $\phi 8/15$ ;
- $\phi 8/10$ ;

- $\phi 10//30$ ;
- $\phi 10//20$ ;
- $\phi 10//15$ ;
- $\phi 10//10$ .

Das quais apenas as soluções extremas  $\phi 6//30$ ,  $\phi 6//10$ ,  $\phi 10//30$  e  $\phi 10//10$ , foram discutidas ao longo deste sub-capítulo.

### 3.5.2. INFLUÊNCIA A NÍVEL MATERIAL

Após a determinação da tensão  $\sigma_2$  de confinamento utilizando as expressões propostas por Mander [4], e aplicadas as expressões apresentadas pelo Eurocódigo 2 para a determinação da resistência do betão confinado  $f_{ck,c}$ ,  $\epsilon_{c2,c}$  e  $\epsilon_{cu2,c}$ , foram traçadas com recurso a análises realizadas em OpenSees [6] as comparações das curvas das leis constitutivas do material entre o betão sem a consideração do confinamento com o betão confinado para cada uma das soluções analisadas.

#### 3.5.2.1. Solução de armadura resistente ao esforço transversal com $\phi 6//30$

Com os parâmetros para definição da curva para a secção quadrangular:

$$\sigma_2 = 0.041 MPa$$

$$f_{ck,c} = 30.20$$

$$\epsilon_{c2,c} = 0.00203$$

$$\epsilon_{cu2,c} = 0.00377$$

E para a secção circular:

$$\sigma_2 = 0.268 MPa$$

$$f_{ck,c} = 31.34 MPa$$

$$\epsilon_{c2,c} = 0.00218$$

$$\epsilon_{cu2,c} = 0.00529$$

São apresentadas as curvas nas Figuras 3.20 e 3.21 resultantes das análises, respetivamente para a secção quadrangular e para a secção circular.

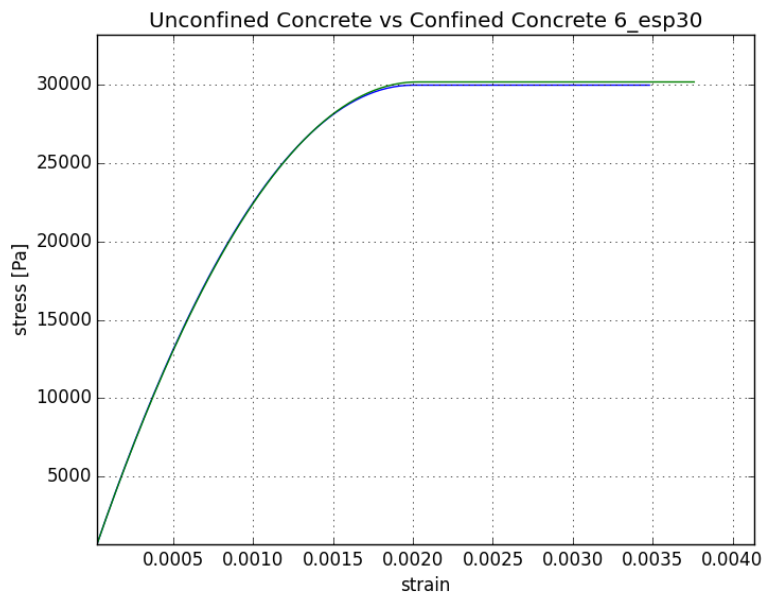


Fig. 3.20 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular

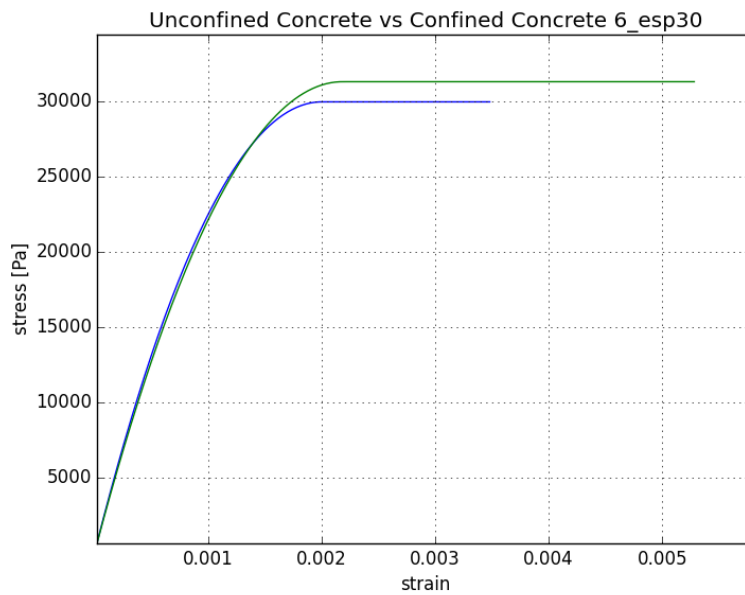


Fig. 3.21 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular

### 3.5.2.2. Solução de armadura transversal $\phi 6//10$

Com os parâmetros para definição da curva para a secção quadrangular:

$$\sigma_2 = 0.220 \text{ MPa}$$

$$f_{ck,c} = 31.10 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{c2,c} = 0.00215$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = 0.00497$$

E para a secção circular:

$$\sigma_2 = 0.804 MPa$$

$$f_{ck,c} = 34.02 MPa$$

$$\varepsilon_{c2,c} = 0.00257$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = 0.00886$$

São apresentadas as curvas nas Figuras 3.22 e 3.23 resultantes das análises, respetivamente para a secção quadrangular e para a secção circular.

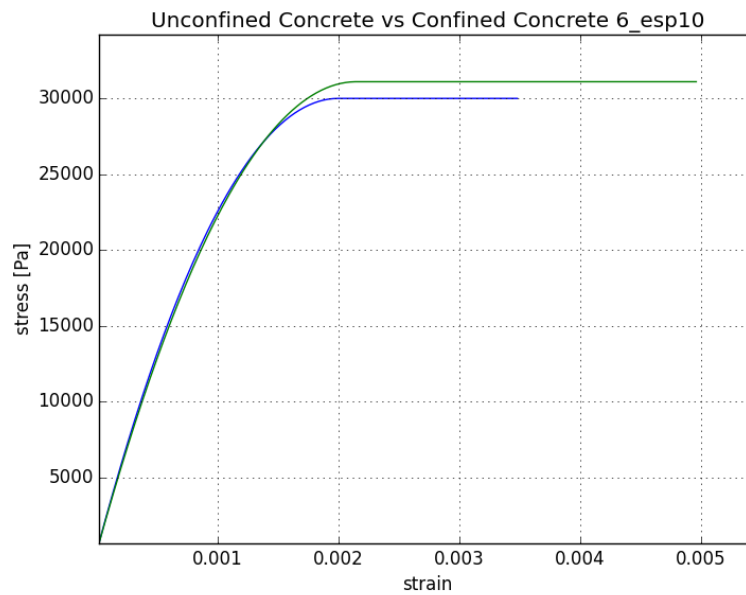


Fig. 3.22 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular

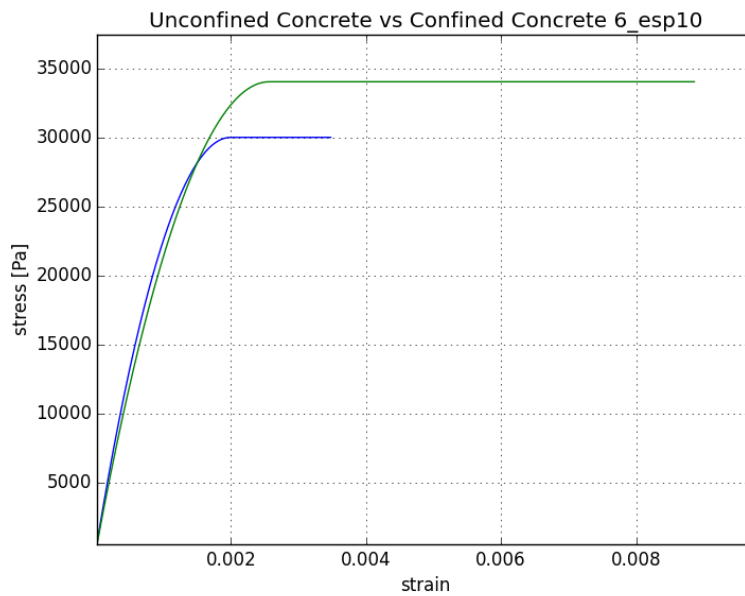


Fig. 3.23 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular

### 3.5.2.3. Solução de armadura transversal $\phi 10//30$

Com os parâmetros para definição da curva para a secção quadrangular:

$$\sigma_2 = 0.115 \text{ MPa}$$

$$f_{ck,c} = 30.57 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{c2,c} = 0.00208$$

$$\epsilon_{cu2,c} = 0.00426$$

E para a secção circular:

$$\sigma_2 = 0.268 \text{ MPa}$$

$$f_{ck,c} = 31.34 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{c2,c} = 0.00218$$

$$\epsilon_{cu2,c} = 0.00528$$

São apresentadas as curvas nas Figuras 3.24 e 3.25 resultantes das análises, respetivamente para a secção quadrangular e para a secção circular.

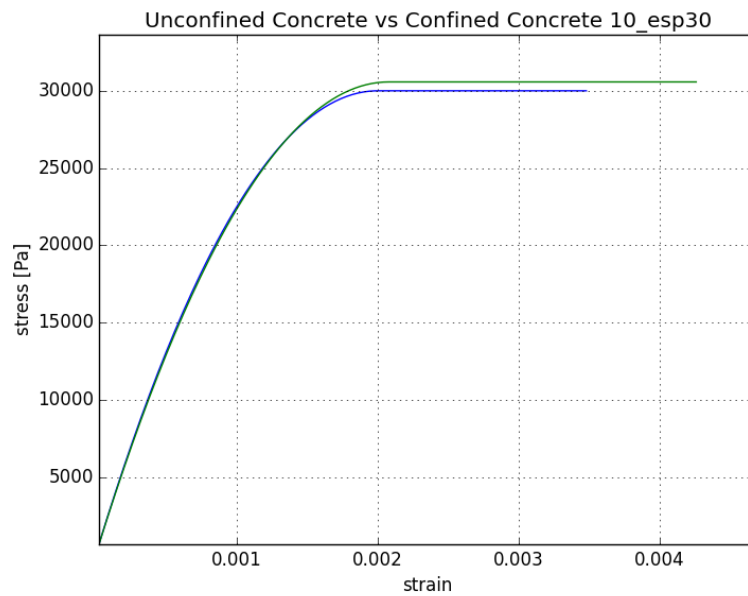


Fig. 3.24 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular

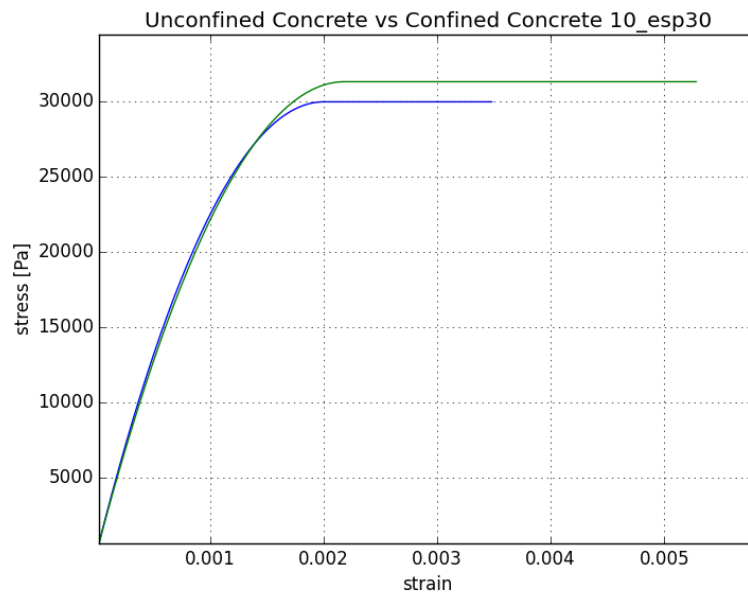


Fig. 3.25 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular

#### 3.5.2.4. Solução de armadura transversal $\phi 10//10$

Com os parâmetros para definição da curva para a secção quadrangular:

$$\sigma_2 = 0.616 MPa$$

$$f_{ck,c} = 33.08 MPa$$

$$\varepsilon_{c2,c} = 0.00243$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = 0.00761$$

E para a secção circular:

$$\sigma_2 = 0.803 MPa$$

$$f_{ck,c} = 34.01 MPa$$

$$\varepsilon_{c2,c} = 0.00257$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = 0.00885$$

São apresentadas as curvas nas Figuras 3.26 e 3.27 resultantes das análises, respetivamente para a secção quadrangular e para a secção circular.

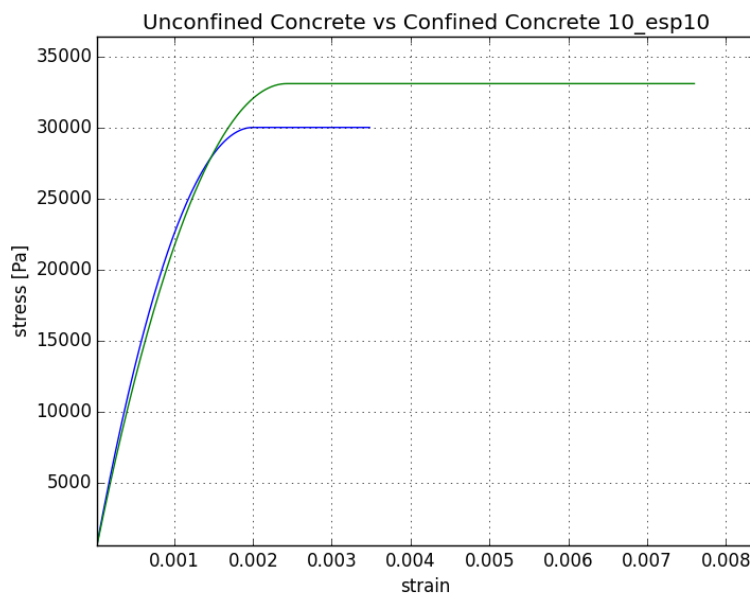


Fig. 3.26 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção quadrangular



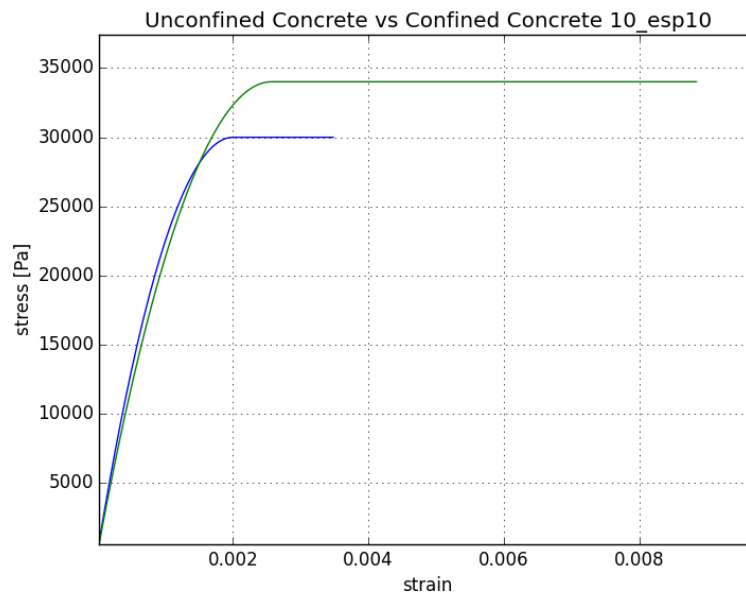


Fig. 3.27 - Comparação das curvas Tensão-Extensão do betão não confinado com o betão confinado: secção circular

#### 3.5.2.5. Conclusões

Da observação de todas as comparações realizadas entre as leis constitutivas do betão sem e com a consideração do confinamento, foi possível concluir que a consideração do efeito do confinamento vêm trazer efeitos benéficos, tanto no aumento das tensões resistentes como no aumento das extensões limites que se conseguiram atingir.

#### 3.5.3. COMPARAÇÃO DE CURVAS MOMENTO-CURVATURA

Neste tópico são apresentadas as curvas Momento-Curvatura das secções testadas que comparam a consideração ou não do confinamento do betão para cada uma das soluções discutidas.

### 3.5.3.1. Solução de armadura transversal $\phi 6//30$

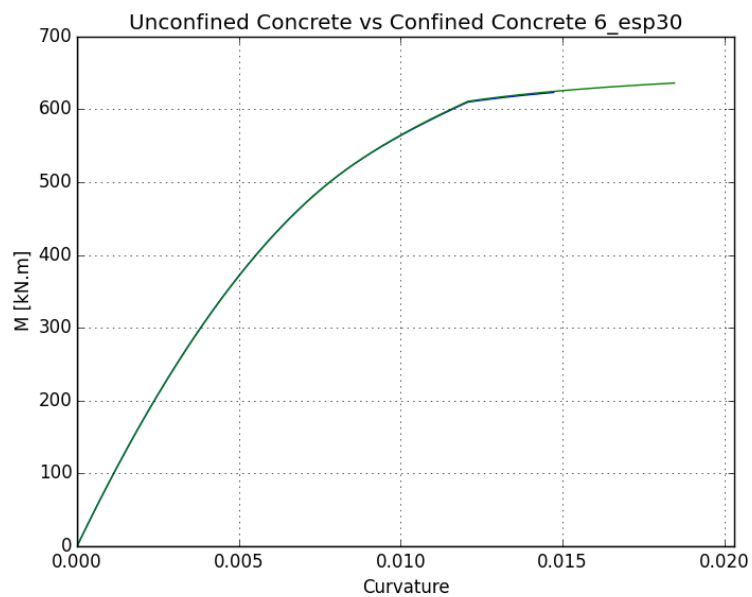


Fig. 3.28 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

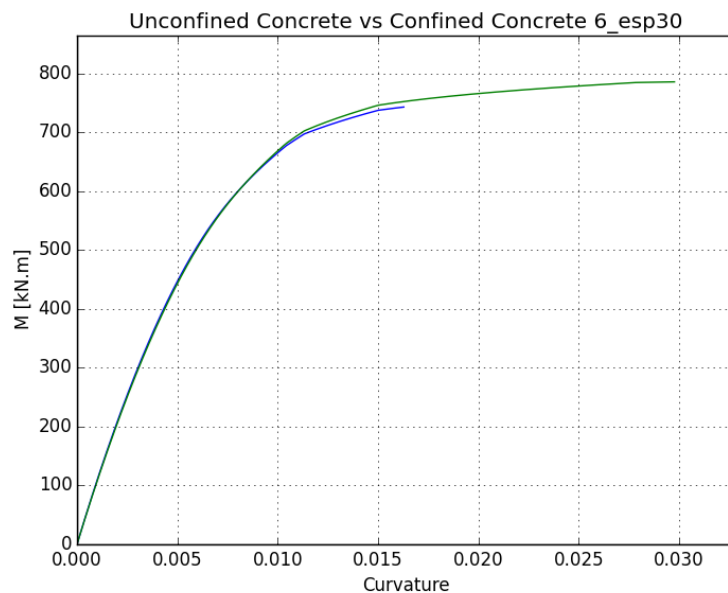


Fig. 3.29 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

### 3.5.3.2. Solução de armadura transversal $\phi 6//10$

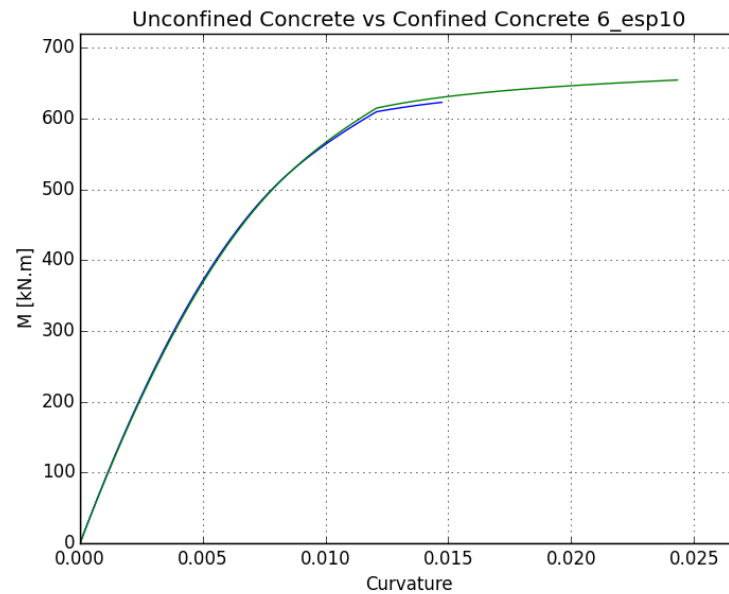


Fig. 3.30 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

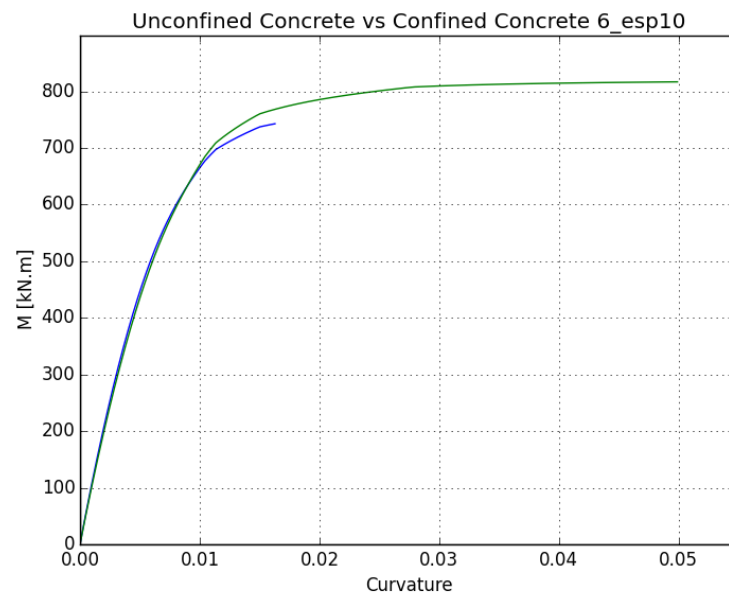


Fig. 3.31 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

### 3.5.3.3. Solução de armadura transversal $\phi 10//30$

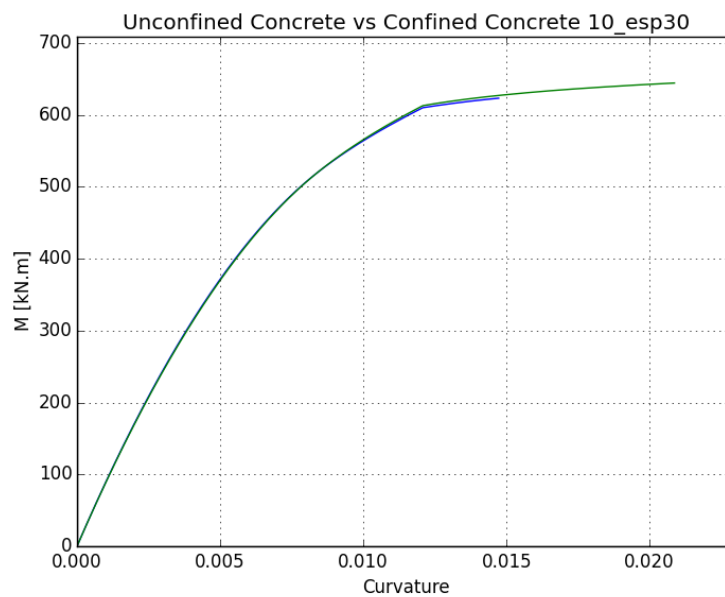


Fig. 3.32 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

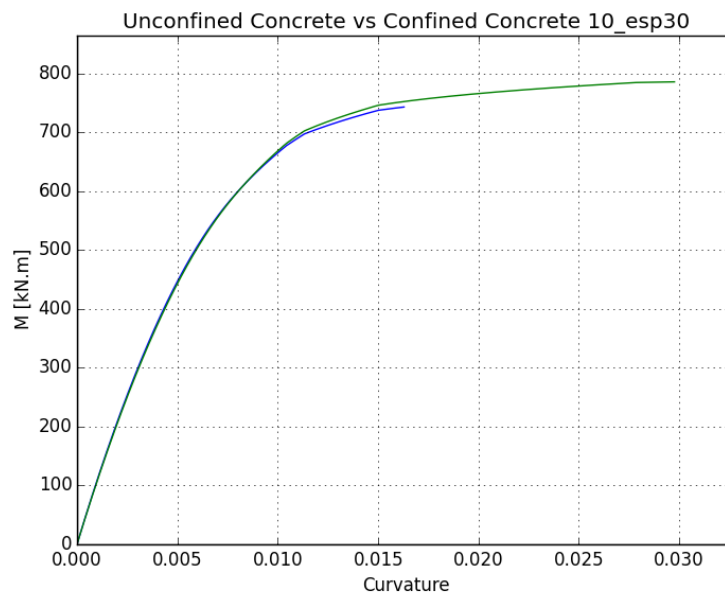


Fig. 3.33 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

#### 3.5.3.4. Solução de armadura transversal $\phi 10//10$

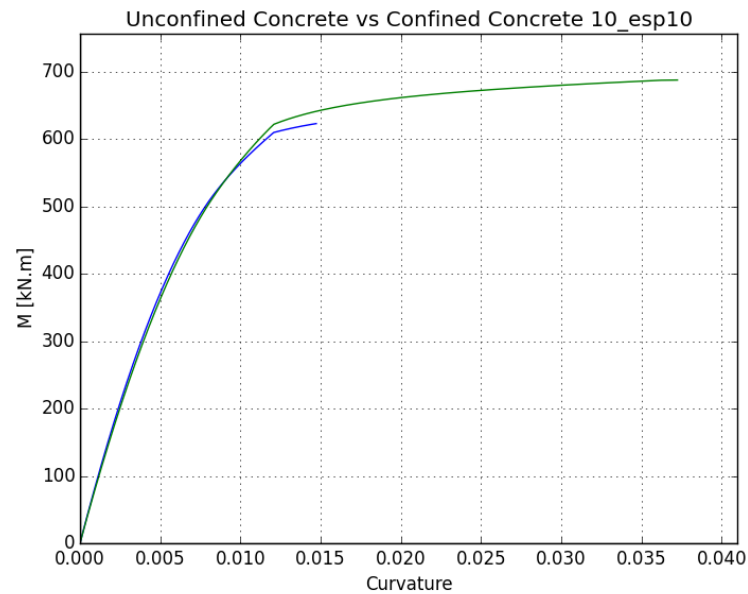


Fig. 3.34 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção quadrangular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

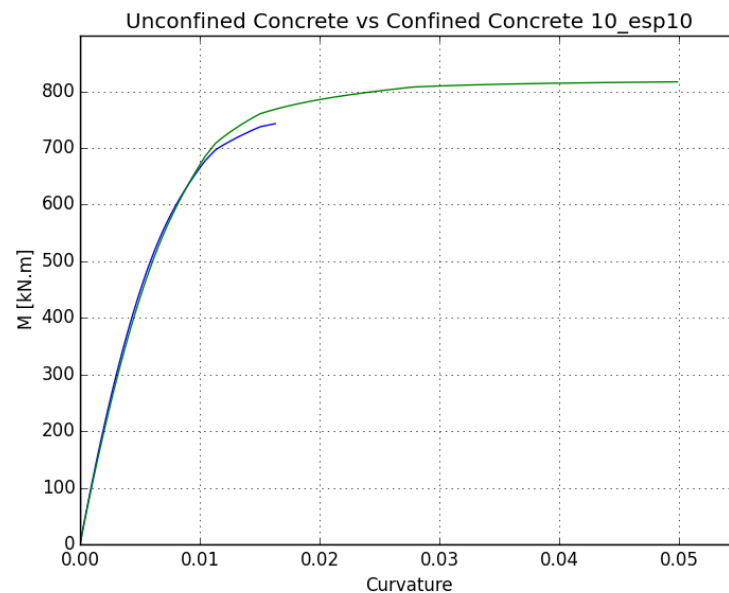


Fig. 3.35 - Comparação da curva Momento-Curvatura da secção circular analisada com betão não confinado e considerando o confinamento do betão

#### 3.5.3.5. Conclusões

Observando as curvas Momento-Curvatura permite-nos observar que a consideração de materiais mais resistentes do ponto de vista da sua tensão máxima e das suas extensões limite, permitem-nos tirar partido de uma maior resistência ao nível dos momentos máximos admissíveis pela secção, mas também do ponto de vista da sua ductilidade. O facto de conseguirmos atingir valores de extensões mais elevados sem que esgotemos a capacidade resistente da secção traduz-se num aumento das curvaturas atingidas pela secção antes de atingir a rotura.

# 4

## CASOS DE ESTUDO: COMPARAÇÃO COM OUTROS SOFTWARES E TABELAS

### 4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão definidos alguns casos de estudo e irão ser demonstradas comparações de resultados de verificações efetuadas com a ferramenta desenvolvida com outros softwares de cálculo de problemas semelhantes já existentes e com o cálculo manual efetuado, recorrendo ao livro das Tabelas e Ábacos de Dimensionamento de Secções de Betão [2]. Será verificada a coerência dos resultados obtidos pela ferramenta desenvolvida relativamente aos resultados obtidos pelo material utilizado no controlo dos resultados.

Serão discutidas algumas vantagens da utilização da ferramenta utilizada e a identificação de eventuais problemas ou limitações.

As combinações de ações foram selecionadas de acordo com a resistência de cada uma das secções. Como existem grandes diferenças entre a resistência das diferentes secções não fazia sentido fixar uma lista de combinações a serem testadas transversalmente a todas as secções.

### 4.2. APRESENTAÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO

Como caso de estudo foram definidas diferentes secções cobrindo todas as possibilidades de geometrias compatíveis com a ferramenta. Todas as secções definidas para os casos de estudo utilizam como materiais betão da classe C30/37 e aço A500 para as armaduras.

As secções adotadas como caso de estudo foram as enumeradas de seguida:

- Caso de Estudo 1 - Secção Rectangular (Figura 4.1);
- Caso de Estudo 2 - Secção Circular (Figura 4.4);
- Caso de Estudo 3 - Secção em T (Figura 4.7);
- Caso de Estudo 4 - Secção em I (Figura 4.10);
- Caso de Estudo 5 - Secção em U (Figura 4.13).

No que toca a verificações ao Estado Limite último todas as secções apresentadas à exceção da secção em I referente ao caso de estudo 4, foram analisadas e comparados os resultados com os do software XD-CoSec desenvolvido na Universidade de Aveiro [8]. Para casos de flexão simples e composta a secção

retangular (CE1), foi comparada com os resultados obtidos com as Tabelas e Ábacos de Dimensionamento de Secções de Betão Solicitadas à Flexão e a Esforços Axiais Segundo o Eurocódigo 2 [2].

No caso das verificações ao Estado Limite de Serviço, devido à limitação de secções disponíveis pelo software utilizado para a comparação, as secções analisadas foram as secções retangulares e secções em T, os resultados das verificações destas análises foram comparadas com o XD-ConServ também desenvolvido na Universidade de Aveiro para as limitações de tensões. No controlo de fendilhação, a única secção analisada foi a retangular (CE1) e apenas para ações que sujeitaram a secção a flexão simples.

Nas limitações de tensões foram verificadas as condições  $f_c \leq 0.6f_{ck}$  e  $f_s \leq 0.8f_{yk}$  para a combinação característica de ações, que tem como objetivo evitar a formação de fendas longitudinais no betão e evitar o nível de fendilhação e ou deformação inaceitável respetivamente. Para a combinação quase-permanente a tensão no betão foi limitada pela condição  $f_c \leq 0.45f_{ck}$  para evitar que existam fenómenos de fluência não linear no betão.

O controlo de fendilhação foi verificado apenas para o caso de estudo 1, secção retangular, para as combinações de ações frequente e quase-permanente. Os resultados deste controlo foram confrontados com os do software XD-ConServ.

### 4.3. CASO DE ESTUDO 1: SECÇÃO RETANGULAR

No primeiro caso de estudo será abordada uma secção retangular que será analisada sujeita a dois conjuntos de combinações de ações. Um primeiro conjunto para validar os resultados do programa desenvolvido às verificações de segurança ao Estado Limite Último, e um segundo conjunto de combinação de ações com o objetivo de validar os resultados do programa desta vez nas verificações ao Estado Limite de Serviço, de acordo com as possibilidades de cálculo do programa serão analisados os resultados para a limitação de tensões e abertura de fendas.

Para este caso de estudo serão apresentadas as comparações dos resultados das verificações ao Estado Limite Último com as Tabelas de Ábacos de Dimensionamento de Secções de Betão [2] e com um software desenvolvido na Universidade de Aveiro, XD-CoSec [8]. Os resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço serão comparadas com outro software desenvolvido na Universidade de Aveiro dedicado a verificações de serviço, XD-ConServ [9].

#### 4.3.1. DEFINIÇÃO DA SECÇÃO

A secção analisada neste caso de estudo 1, conforme é possível observar na Figura 4.1, têm como dimensões  $0.30m$  por  $0.55m$  com 4 varões de  $16mm$  em cada uma das extremidades superior e inferior da secção. O eixo dos varões da armadura longitudinal encontra-se afastado de  $6cm$  da extremidade mais próxima.



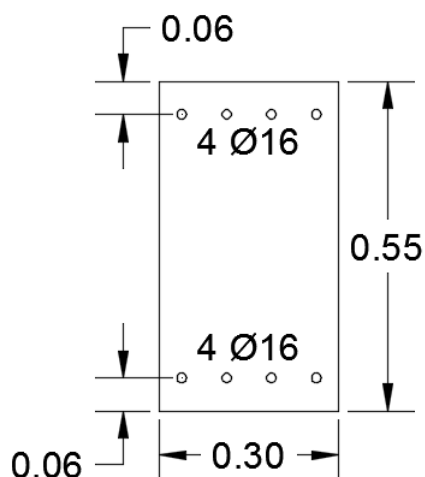


Fig. 4.1 - Secção Retangular

#### 4.3.2. COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS

##### 4.3.2.1. Combinações ELU

Para as verificações de segurança ao Estado Limite Último foram seleccionadas duas combinações de ações que sujeitam a secção a flexão simples para cada uma das direções  $y$  e  $z$  (ELU 01, ELU 02, ELU 03 e ELU 04), duas combinações de flexão desviada com esforço axial  $N = 0$  (ELU 05 e ELU 06), duas combinações de flexão composta para cada uma das duas direções  $y$  e  $z$  (ELU 07, ELU 08, ELU 09 e ELU 10) e finalmente duas combinações de flexão desviada com um esforço axial de compressão  $N = -750.0 \text{ kN}$  (ELU 11 e ELU 12) apresentadas no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELU 01	0.0	-100.0	0.0
ELU 02	0.0	-200.0	0.0
ELU 03	0.0	0.0	75.0
ELU 04	0.0	0.0	200.0
ELU 05	0.0	-100.0	50.0
ELU 06	0.0	-125.0	75.0
ELU 07	-750.0	-200.0	0.0
ELU 08	-750.0	-350.0	0.0
ELU 09	-750.0	0.0	100.0
ELU 10	-750.0	0.0	200.0
ELU 11	-750.0	-150.0	50.0
ELU 12	-750.0	-250.0	100.0

#### 4.3.2.2. Combinações ELS

Nas verificações ao Estado Limite de Serviço foram utilizadas para cada uma das combinações de serviço (Combinação Característica, Combinação Frequente e Combinação Quase-Permanente) uma combinação que sujeita a secção à flexão simples para cada uma das direções  $y$  e  $z$  (ELS 01 - C, ELS 01 - F, ELS 01 - QP, ELS 02 - C, ELS 02 - F e ELS 02 - QP), uma combinação de flexão desviada sem esforço axial (ELS 03 - C, ELS 03 - F e ELS 03 - QP), uma combinação de flexão composta para cada uma das direções  $y$  e  $z$  (ELS 04 - C, ELS 04 - F, ELS 04 - QP, ELS 05 - C, ELS 05 - F e ELS 05 - QP) e uma combinação de flexão desviada com esforço axial de compressão  $N = -750\text{kN}$  (ELS 06 - C, ELS 06 - F e ELS 06 - QP) apresentadas no Quadro 4.2.

Quadro 4.2 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELS 01 - C	0.00	-120.00	0.00
ELS 01 - F	0.00	-105.00	0.00
ELS 01 - QP	0.00	-90.00	0.00
ELS 02 - C	0.00	0.00	65.00
ELS 02 - F	0.00	0.00	55.00
ELS 02 - QP	0.00	0.00	45.00
ELS 03 - C	0.00	-100.00	50.00
ELS 03 - F	0.00	-85.00	40.00
ELS 03 - QP	0.00	-70.00	35.00
ELS 04 - C	-750.00	-235.00	0.00
ELS 04 - F	-750.00	-200.00	0.00
ELS 04 - QP	-750.00	-170.00	0.00
ELS 05 - C	-750.00	0.00	105.00
ELS 05 - F	-750.00	0.00	95.00
ELS 05 - QP	-750.00	0.00	80.00
ELS 06 - C	-750.00	-175.00	60.00
ELS 06 - F	-750.00	-150.00	50.00
ELS 06 - QP	-750.00	-120.00	40.00

#### 4.3.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC\_SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS DE CÁLCULO

Neste sub-capítulo foram realizadas as comparações dos resultados obtidos pela ferramenta desenvolvida *Rc\_section.py* com as Tabelas e Ábacos de Dimensionamento [2] e com o XD-CoSec [8] para as verificações ao Estado Limite Último, apresentados no Quadro 4.20, e com o programa XD-ConServ [9] para as verificações da limitação de tensões e do controle de fendilhação, apresentados no Quadro 4.13.

##### 4.3.3.1. Resultados das verificações ao Estado Limite Último

No caso das Tabelas e Ábacos [2] apenas foram analisadas as combinações de ações ELU 01, ELU 02, ELU 07 e ELU 08, por serem os casos das combinações que sujeitam a secção à flexão simples, as quais foram possíveis de calcular utilizando esta ferramenta de cálculo. Após a observação dos resultados presentes no Quadro 4.20 é possível concluir que para esta geometria de secção analisada com o *Rc\_section* está a devolver os resultados esperados.

Quadro 4.3 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último

ID	Verificações		
	Rc_section	Tabelas e Ábacos	XD-CoSec
ELU 01	OK	OK	OK
ELU 02	KO	KO	KO
ELU 03	OK	-	OK
ELU 04	KO	-	KO
ELU 05	OK	-	OK
ELU 06	KO	-	KO
ELU 07	OK	OK	OK
ELU 08	KO	KO	KO
ELU 09	OK	-	OK
ELU 10	KO	-	KO
ELU 11	OK	-	OK
ELU 12	KO	-	KO

São apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3 os pontos das combinações testadas marcados em cima da curva da resistência para o esforço axial da combinação.

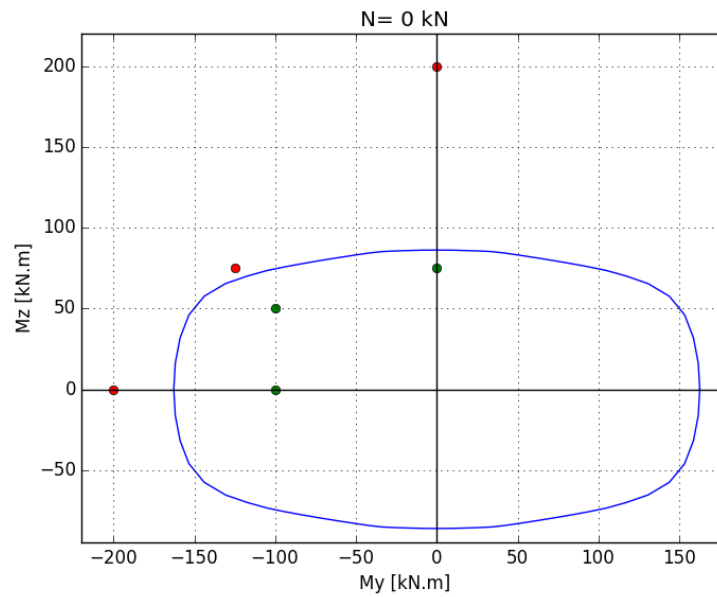


Fig. 4.2 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

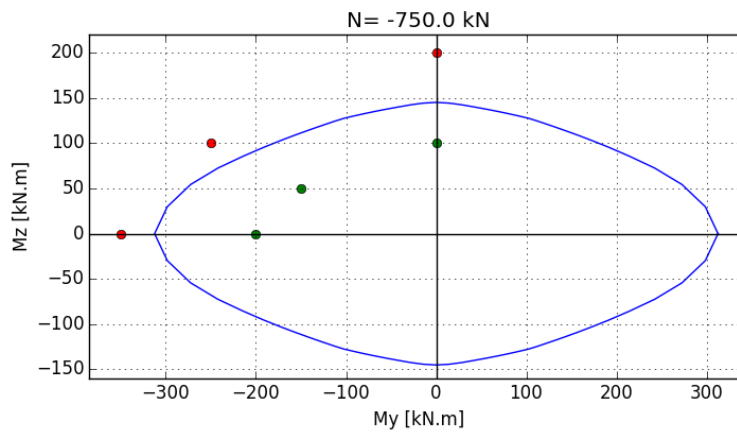


Fig. 4.3 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

## 4.3.3.2. Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço

Quadro 4.4 - Comparação dos resultados obtidos entre os programas Rc.section.py e o XD-ConServ - Limitação de tensões

ID	$f_c$ [MPa]		$f_s$ [MPa]		$0.6f_{ck}$ (18.00 MPa)		$0.8f_{yk}$ (400.00 MPa)		$0.45f_{ck}$ (13.50 MPa)	
	Rc	XD	Rc	XD	Rc	XD	Rc	XD	Rc	XD
	section	ConServ	section	ConServ	section	ConServ	section	ConServ	section	ConServ
ELS 01 - C	11.38	14.64	329.14	326.20	OK	OK	OK	OK	-	-
ELS 01 - QP	8.68	10.98	-	-	-	-	-	-	OK	OK
ELS 02 - C	15.39	-	442.80	-	OK	-	KO	-	-	-
ELS 02 - QP	10.98	-	-	-	-	-	-	-	OK	-
ELS 03 - C	23.86	-	498.76	-	KO	-	KO	-	-	-
ELS 03 - QP	18.18	-	-	-	-	-	-	-	KO	-
ELS 04 - C	21.62	27.45	250.97	231.90	KO	KO	OK	OK	-	-
ELS 04 - QP	15.98	18.61	-	-	-	-	-	-	KO	KO
ELS 05 - C	20.94	-	217.62	-	KO	-	OK	-	-	-
ELS 05 - QP	15.43	-	-	-	-	-	-	-	KO	-
ELS 06 - C	25.80	-	248.20	-	KO	-	OK	-	-	-
ELS 06 - QP	17.47	-	-	-	-	-	-	-	KO	-

Quadro 4.5 - Comparação dos resultados obtidos entre os programas Rc\_section.py e o XD-ConServ - Controlo de fendilhação

ID	$f_s$ [MPa]	$f_s$ [MPa]	wk - cd [mm]		wk - ld [mm]	
	Rc_section	XD-ConServ	Rc_section	XD-ConServ	Rc_section	XD-ConServ
ELS 01 - F	287.31	285.42	0.281	0.278	0.330	0.321
ELS 01 - QP	246.13	244.65	0.221	0.220	0.269	0.259

#### 4.4. CASO DE ESTUDO 2: SECÇÃO CIRCULAR

No caso de estudo 2 a secção em alvo de análise será uma secção circular que irá ser analisada sujeita a uma lista de combinação de ações com vista à validação dos resultados do programa **Rc\_section.py** para as verificações ao Estado Limite Último. Será sujeita também a uma outra lista de ações com o objetivo de apresentar os resultados do controlo da limitação de tensões englobada nas verificações de serviço determinados pela ferramenta desenvolvida.

Os resultados provenientes das verificações ao Estado Limite Último serão comparados com o programa XD-CoSec [8].

##### 4.4.1. DEFINIÇÃO DA SECÇÃO

A secção circular construída para alvo de análises pelo **Rc\_section.py** e representada na Figura 4.4, têm  $0.60m$  de diâmetro e possui como armadura longitudinal 16 varões igualmente espaçados com  $16mm$  de diâmetro. O espaçamento entre a extremidade da secção e o eixo dos varões da armadura é de  $6cm$ .

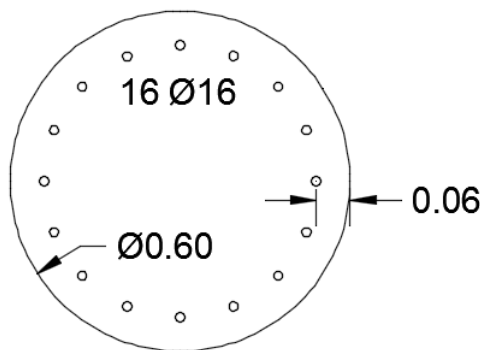


Fig. 4.4 - Secção Circular

##### 4.4.2. COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS

###### 4.4.2.1. Combinações ELU

Seguindo a mesma filosofia da seleção de esforços a testar adotada anteriormente para a secção retangular, para o Estado Limite Último, foram testados duas combinações de flexão simples para cada uma das direções  $y$  e  $z$ , duas combinações de flexão desviada com esforço axial nulo, duas combinações de flexão composta para cada uma das duas direções  $y$  e  $z$  e duas combinações para flexão desviada com um esforço axial de compressão  $N = -750.0kN$ .

Quadro 4.6 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELU 01	0.0	-150.0	0.0
ELU 02	0.0	-350.0	0.0
ELU 03	0.0	0.0	150.0
ELU 04	0.0	0.0	350.0
ELU 05	0.0	-150.0	150.0
ELU 06	0.0	-250.0	250.0
ELU 07	-750.0	-300.0	0.0
ELU 08	-750.0	-450.0	0.0
ELU 09	-750.0	0.0	300.0
ELU 10	-750.0	0.0	450.0
ELU 11	-750.0	-200.0	200.0
ELU 12	-750.0	-375.0	375.0

#### 4.4.2.2. Combinações ELS

Para o Estado Limite de Serviço para cada uma das combinações de serviço (Combinação Característica, Combinação Frequente e Combinação Quase-Permanente), foram analisadas uma combinação de flexão simples para cada uma das direções  $y$  e  $z$ , uma combinação de flexão desviada com esforço axial nulo, uma combinação de flexão composta para cada uma das direções  $y$  e  $z$  e por fim uma combinação de flexão desviada com um esforço axial de compressão de  $N = -750\text{kN}$ .

Quadro 4.7 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELS 01 - C	0.00	-120.00	0.00
ELS 01 - F	0.00	-105.00	0.00
ELS 01 - QP	0.00	-90.00	0.00
ELS 02 - C	0.00	0.00	65.00
ELS 02 - F	0.00	0.00	55.00
ELS 02 - QP	0.00	0.00	45.00
ELS 03 - C	0.00	-100.00	50.00
ELS 03 - F	0.00	-85.00	40.00
ELS 03 - QP	0.00	-70.00	35.00
ELS 04 - C	-750.00	-235.00	0.00
ELS 04 - F	-750.00	-200.00	0.00
ELS 04 - QP	-750.00	-170.00	0.00
ELS 05 - C	-750.00	0.00	105.00
ELS 05 - F	-750.00	0.00	95.00
ELS 05 - QP	-750.00	0.00	80.00
ELS 06 - C	-750.00	-175.00	60.00
ELS 06 - F	-750.00	-150.00	50.00
ELS 06 - QP	-750.00	-120.00	40.00

#### 4.4.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC.SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS DE CÁLCULO

##### 4.4.3.1. Resultados das verificações ao Estado Limite Último

Para validação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último foram analisadas todas as secções com o programa xD-CoSec [8] e os resultados apresentados no Quadro 4.8.

Quadro 4.8 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último

ID	Verificações	
	Rc.section	XD-CoSec
ELU 01	OK	OK
ELU 02	KO	KO
ELU 03	OK	OK
ELU 04	KO	KO
ELU 05	OK	OK
ELU 06	KO	KO
ELU 07	OK	OK
ELU 08	KO	KO
ELU 09	OK	OK
ELU 10	KO	KO
ELU 11	OK	OK
ELU 12	KO	KO

São apresentados nas Figuras 4.5 e 4.6 os pontos das combinações testadas marcados em cima da curva da resistência para o esforço axial da combinação.

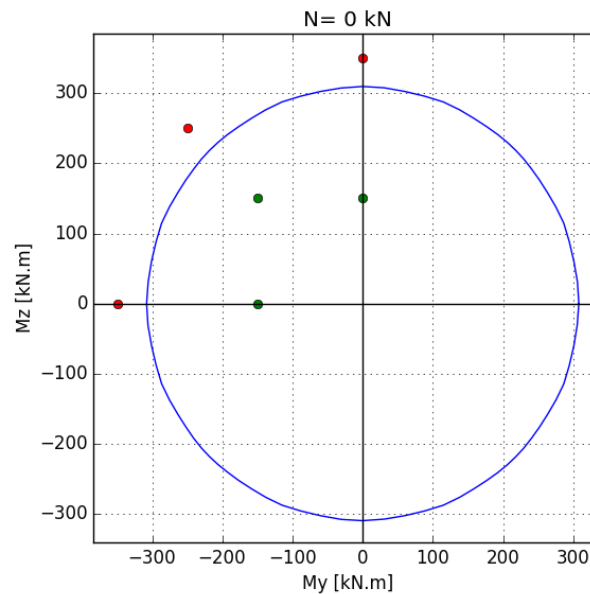


Fig. 4.5 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

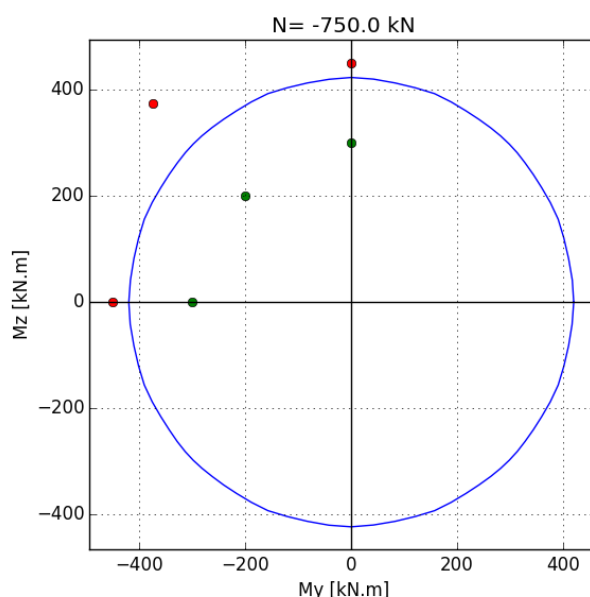


Fig. 4.6 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

#### 4.4.3.2. Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço

Quadro 4.9 - Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço - Limitação de Tensões

ID	$f_c$	$f_s$	$0.6f_{ck}$ (18.00)	$0.8f_{yk}$ (400.00)	$0.45f_{ck}$ (13.50)
ELS 01 - C	3.02	169.85	OK	OK	-
ELS 01 - QP	3.02	-	-	-	OK
ELS 02 - C	3.00	161.80	OK	OK	-
ELS 02 - QP	3.02	-	-	-	OK
ELS 03 - C	2.99	142.13	OK	OK	-
ELS 03 - QP	3.03	-	-	-	OK
ELS 04 - C	3.00	135.80	OK	OK	-
ELS 04 - QP	3.03	-	-	-	OK

### 4.5. CASO DE ESTUDO 3: SECÇÃO EM T

No caso de estudo da secção em T foram comparados resultados entre o programa **Rc.section.py** e os programas XD-CoSec [8] para as verificações ao Estado Limite Último, e XD-ConServ [9] para o controlo da limitação de tensões englobada nas verificações de serviço. Para o efeito, tal como tem acontecido nos casos de estudo discutidos anteriormente, foram definidas duas listas de combinações de ações, onde uma é dedicada às verificações do Estado Limite Último e a outra dedicada às verificações do Estado Limite de Serviço.



#### 4.5.1. DEFINIÇÃO DA SECÇÃO

A secção definida apresenta a geometria de um T com uma altura total de  $0.60m$ , largura do banzo de  $0.60m$ , espessura das alma e do banzo de  $0.25m$ . A armadura longitudinal encontra-se distribuída pelas partes superior e inferior da secção, com 8 varões de  $16mm$  no banzo da secção com o seu eixo a  $6cm$  do extremo superior da mesma, e 3 varões também com  $16mm$  com o seu eixo distanciados igualmente  $6cm$  da extremidade inferior da secção. A secção descrita encontra-se representada na Figura 4.7.

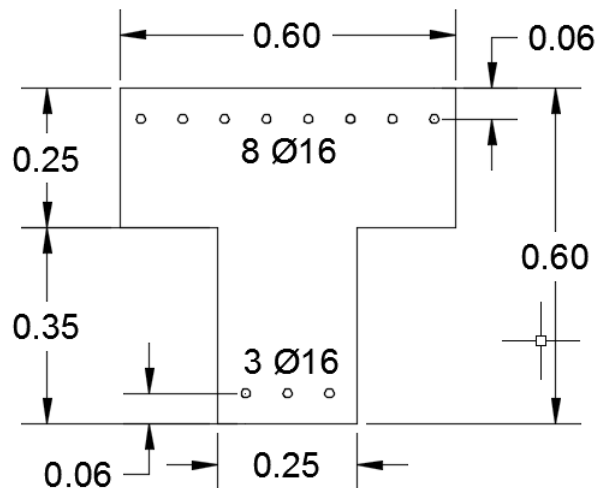


Fig. 4.7 - Secção em T

#### 4.5.2. COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS

##### 4.5.2.1. Combinações ELU

Os esforços testados continuam a abordar os casos de flexão simples, flexão desviada sem esforço axial, flexão composta, como tem acontecido nos casos de estudo anteriormente abordados, mas desta vez com duas combinações de flexão desviada com um esforço axial de compressão associado de  $N = -1500.0kN$ . A lista de ações a testar encontra-se detalhada no Quadro 4.10.

Quadro 4.10 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELU 01	0.0	-100.0	0.0
ELU 02	0.0	-300.0	0.0
ELU 03	0.0	0.0	150.0
ELU 04	0.0	0.0	250.0
ELU 05	0.0	-100.0	100.0
ELU 06	0.0	200.0	200.0
ELU 07	-750.0	-200.0	0.0
ELU 08	-750.0	-400.0	0.0
ELU 09	-750.0	0.0	250.0
ELU 10	-750.0	0.0	350.0
ELU 11	-750.0	-200.0	150.0
ELU 12	-750.0	300.0	300.0

## 4.5.2.2. Combinações ELS

No caso das combinações de ações para o Estado Limite de Serviço continuam a ser utilizadas o mesmo tipo de combinações utilizadas nos casos de estudo já anteriormente abordados e apresentados no Quadro 4.11

Quadro 4.11 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELS 01 - C	0.00	-110.00	0.00
ELS 01 - F	0.00	-95.00	0.00
ELS 01 - QP	0.00	-80.00	0.00
ELS 02 - C	0.00	0.00	150.00
ELS 02 - F	0.00	0.00	130.00
ELS 02 - QP	0.00	0.00	110.00
ELS 03 - C	0.00	-100.00	100.00
ELS 03 - F	0.00	-90.00	90.00
ELS 03 - QP	0.00	-75.00	75.00
ELS 04 - C	-750.00	-210.00	0.00
ELS 04 - F	-750.00	-180.00	0.00
ELS 04 - QP	-750.00	-155.00	0.00
ELS 05 - C	-750.00	0.00	220.00
ELS 05 - F	-750.00	0.00	190.00
ELS 05 - QP	-750.00	0.00	160.00
ELS 06 - C	-750.00	-190.00	140.00
ELS 06 - F	-750.00	-165.00	125.00
ELS 06 - QP	-750.00	-140.00	105.00

#### 4.5.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC.SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS DE CÁLCULO

##### 4.5.3.1. Resultados das verificações ao Estado Limite Último

Foram para esta secção comparados os resultados obtidos nas verificações do Estado Limite Último, os resultados obtidos entre a ferramenta desenvolvida e o software XD-CoSec [8] e apresentados no Quadro 4.12.

Quadro 4.12 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último

ID	Verificações	
	Rc.section	XD-CoSec
ELU 01	OK	OK
ELU 02	KO	KO
ELU 03	OK	-
ELU 04	KO	-
ELU 05	OK	OK
ELU 06	KO	-
ELU 07	OK	OK
ELU 08	KO	KO
ELU 09	OK	-
ELU 10	KO	-
ELU 11	OK	OK
ELU 12	KO	-

São apresentados nas Figuras 4.8 e 4.9 os pontos das combinações testadas marcados em cima da curva da resistência para o esforço axial da combinação.

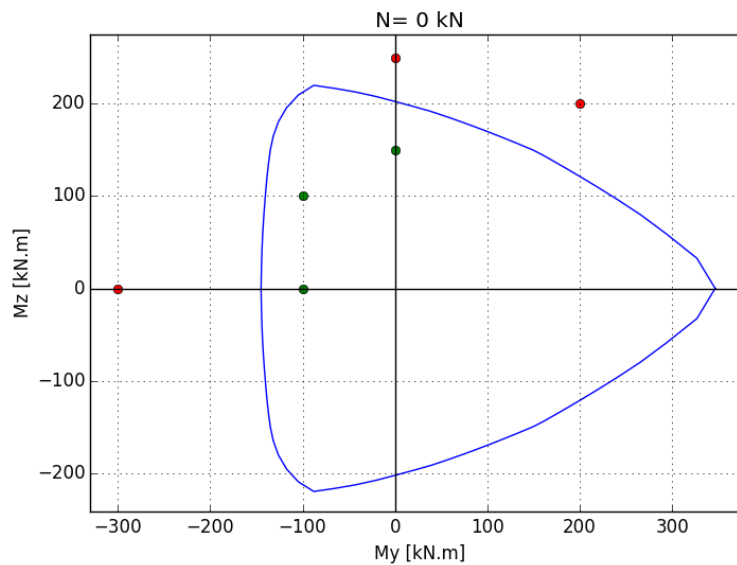


Fig. 4.8 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

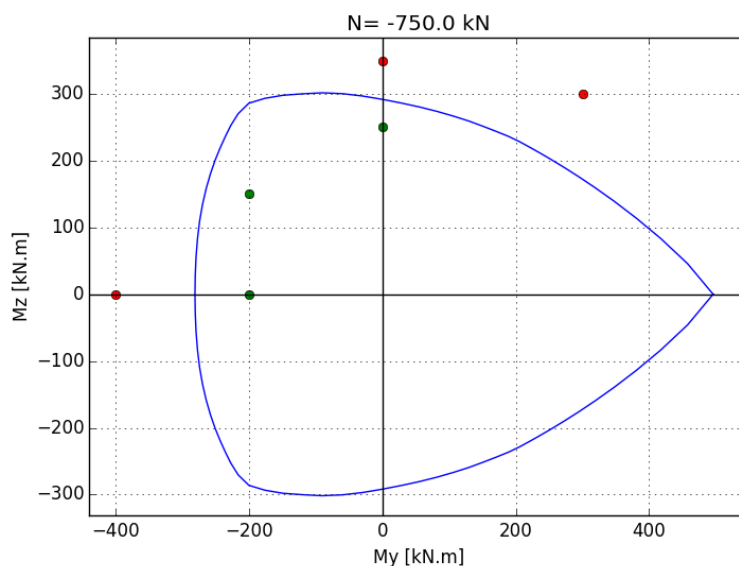


Fig. 4.9 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

#### 4.5.3.2. Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço

Quadro 4.13 - Comparação dos resultados obtidos entre os programas Rc.section.py e o XD-ConServ - Limitação de tensões

ID	$f_c$ [MPa]		$f_s$ [MPa]		$0.6f_{ck}$ (18.00 MPa)		$0.8f_{yk}$ (400.00 MPa)		$0.45f_{ck}$ (13.50 MPa)	
	Rc section	XD ConServ	Rc section	XD ConServ	Rc section	XD ConServ	Rc section	XD ConServ	Rc section	XD ConServ
ELS 01 - C	7.39	9.63	353.78	361.51	OK	OK	OK	OK	-	-
ELS 01 - QP	5.44	7.00	-	-	-	-	-	-	OK	OK
ELS 02 - C	19.50	-	491.67	-	KO	-	KO	-	-	-
ELS 02 - QP	14.98	-	-	-	-	-	-	-	KO	-
ELS 03 - C	19.29	-	403.14	-	KO	-	KO	-	-	-
ELS 03 - QP	15.17	-	-	-	-	-	-	-	KO	-
ELS 04 - C	14.31	17.73	259.61	260.16	OK	OK	OK	OK	-	-
ELS 04 - QP	10.34	12.08	-	-	-	-	-	-	OK	OK
ELS 05 - C	23.22	-	336.84	-	KO	-	OK	-	-	-
ELS 05 - QP	16.46	-	-	-	-	-	-	-	KO	-
ELS 06 - C	22.20	-	280.96	-	KO	-	OK	-	-	-
ELS 06 - QP	15.84	-	-	-	-	-	-	-	KO	-

## 4.6. CASO DE ESTUDO 4: SECÇÃO EM I

### 4.6.1. DEFINIÇÃO DA SECÇÃO

A secção definida apresenta a geometria de um I com uma altura total de  $0.80m$ , largura dos banzos de  $0.60m$ , espessura das alma e de ambos os banzos, superior e inferior de  $0.20m$ . Como armadura lon-

gitudinal a secção têm no banzo superior distribuída por duas camadas ao todo 14 varões de 16mm com o eixo afastado dos limites superior e inferior do banzo de 6cm, e no banzo inferior 8 varões também de 16mm com o eixo afastados de 6cm da face inferior do banzo. A secção descrita encontra-se representada na Figura 4.10.

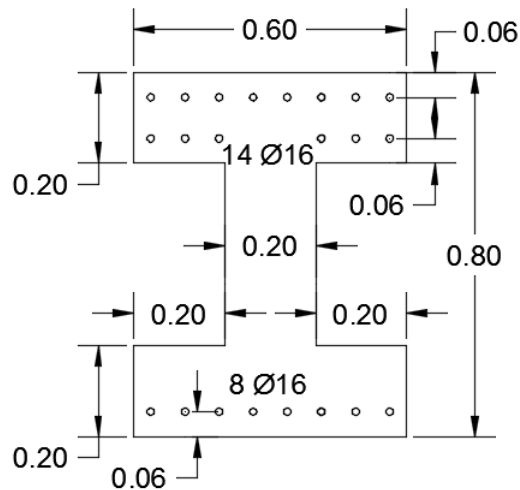


Fig. 4.10 - Secção em I

#### 4.6.2. COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS

##### 4.6.2.1. Combinações ELU

Nesta secção foram testadas um total de 12 combinações ao Estado Limite Último, sendo que 4 das combinações solicitam a secção à flexão simples, duas em cada uma das direções  $y$  e  $z$ , outras 4 solicitam a secção à flexão composta, duas para cada uma das direções  $y$  e  $z$ , e por fim 4 combinações que solicitam a secção à flexão desviada, sendo duas com esforço axial nulo e duas com um esforço axial de compressão de  $N = -1500.0kN$ .

Quadro 4.14 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELU 01	0.0	-400.0	0.0
ELU 02	0.0	-500.0	0.0
ELU 03	0.0	0.0	300.0
ELU 04	0.0	0.0	450.0
ELU 05	0.0	-250.0	200.0
ELU 06	0.0	-400.0	400.0
ELU 07	-1500.0	-800.0	0.0
ELU 08	-1500.0	-1000.0	0.0
ELU 09	-1500.0	0.0	600.0
ELU 10	-1500.0	0.0	700.0
ELU 11	-1500.0	-800.0	200.0
ELU 12	-1500.0	-800.0	450.0

## 4.6.2.2. Combinações ELS

No caso das combinações para as verificações de serviço mantemos as 6 combinações para cada um dos níveis de combinações de serviço (Característica, Frequente e Quase-Permanente), mantendo-se os casos em análise a flexão simples, flexão composta e flexão desviada.

Quadro 4.15 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELS 01 - C	0.00	-410.00	0.00
ELS 01 - F	0.00	-355.00	0.00
ELS 01 - QP	0.00	-300.00	0.00
ELS 02 - C	0.00	0.00	330.00
ELS 02 - F	0.00	0.00	285.00
ELS 02 - QP	0.00	0.00	180.00
ELS 03 - C	0.00	-330.00	250.00
ELS 03 - F	0.00	-280.00	220.00
ELS 03 - QP	0.00	-235.00	180.00
ELS 04 - C	-1500.00	-740.00	0.00
ELS 04 - F	-1500.00	-640.00	0.00
ELS 04 - QP	-1500.00	-540.00	0.00
ELS 05 - C	-1500.00	0.00	460.00
ELS 05 - F	-1500.00	0.00	400.00
ELS 05 - QP	-1500.00	0.00	335.00
ELS 06 - C	-1500.00	-695.00	175.00
ELS 06 - F	-1500.00	-600.00	150.00
ELS 06 - QP	-1500.00	-510.00	130.00

#### 4.6.3. RESULTADOS DO RC\_SECTION.PY

##### 4.6.3.1. Resultados das verificações ao Estado Limite Último

Para esta secção foram apenas apresentados os resultados obtidos pelo programa desenvolvido, acompanhados pelas respectivas curvas de resistência com os pontos representados, pois o software usado para a comparação dos resultados, não têm disponível uma geometria de secção dedicada às secções em I. Os resultados obtidos das verificações são apresentados no Quadro 4.16.

Quadro 4.16 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último

ID	Verificações Rc_section
ELU 01	OK
ELU 02	OK
ELU 03	OK
ELU 04	KO
ELU 05	OK
ELU 06	KO
ELU 07	OK
ELU 08	KO
ELU 09	OK
ELU 10	KO
ELU 11	OK
ELU 12	KO

São apresentados nas Figuras 4.11 e 4.12 os pontos das combinações testadas marcados em cima da curva da resistência para o esforço axial da combinação.

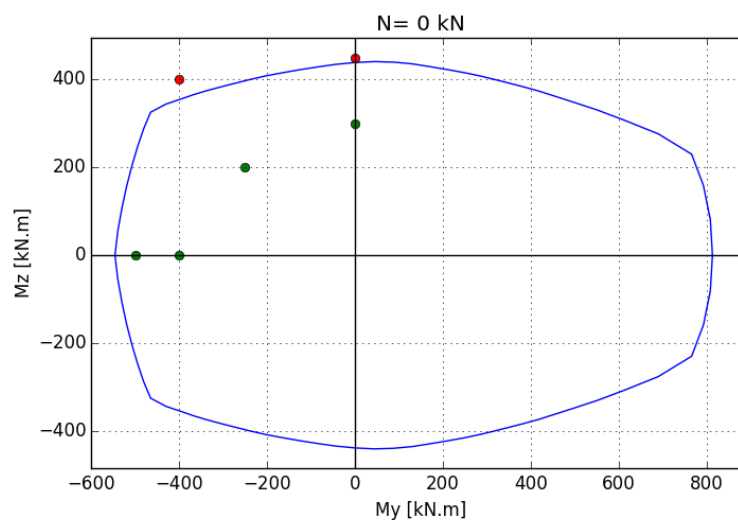


Fig. 4.11 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

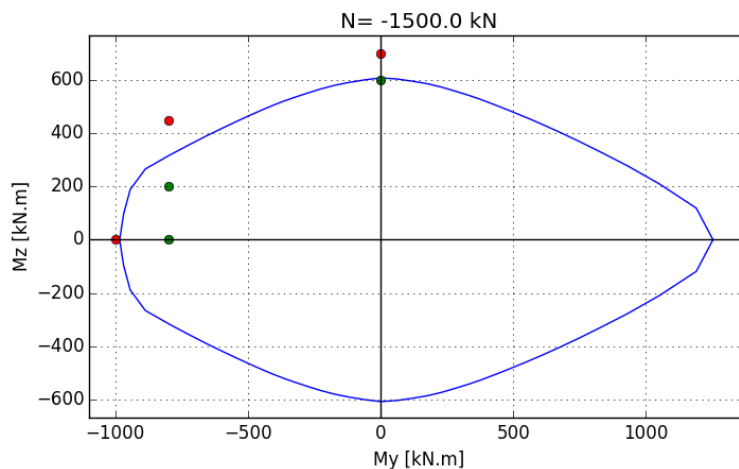


Fig. 4.12 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

#### 4.6.3.2. Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço

Quadro 4.17 - Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço - Limitação de Tensões

ID	$f_c$	$f_s$	$0.6f_{ck}$ (18.00)	$0.8f_{yk}$ (400.00)	$0.45f_{ck}$ (13.50)
ELS 01 - C	11.13	366.08	OK	OK	-
ELS 01 - QP	8.31	-	-	-	OK
ELS 02 - C	20.52	470.07	KO	KO	-
ELS 02 - QP	15.69	-	-	-	KO
ELS 03 - C	24.67	500.00	KO	KO	-
ELS 03 - QP	19.10	-	-	-	KO
ELS 04 - C	18.67	258.62	KO	OK	-
ELS 04 - QP	13.70	-	-	-	KO
ELS 05 - C	24.92	183.12	KO	OK	-
ELS 05 - QP	18.62	-	-	-	KO
ELS 06 - C	25.12	308.03	KO	OK	-
ELS 06 - QP	19.38	-	-	-	KO

### 4.7. CASO DE ESTUDO 5: SECÇÃO EM U

#### 4.7.1. DEFINIÇÃO DA SECÇÃO

A secção em U analisada têm como dimensões uma largura máxima de  $3.0m$  e uma altura máxima de  $1.5m$ , todas as suas paredes apresentam  $0.30m$  de espessura e encontra-se preenchida por varões de  $16mm$  igualmente espaçados de  $10cm$  à volta de toda a secção, com o eixo dos varões afastado de  $6cm$  da face das paredes. A secção descrita apresentam-se representada na Figura 4.13.



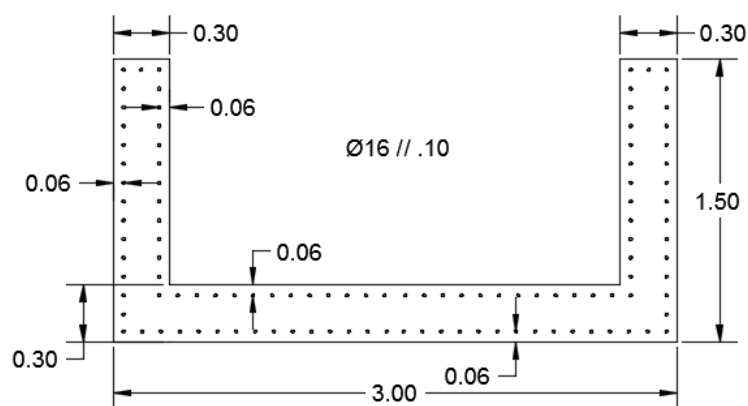


Fig. 4.13 - Secção em U

#### 4.7.2. COMBINAÇÕES DE ESFORÇOS TESTADOS

##### 4.7.2.1. Combinações ELU

Quadro 4.18 - Lista de Combinações de Ações de ELU Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELU 01	0.0	-5000.0	0.0
ELU 02	0.0	5000.0	0.0
ELU 03	0.0	0.0	10000.0
ELU 04	0.0	0.0	14000.0
ELU 05	0.0	-6000.0	2500.0
ELU 06	0.0	-6000.0	10000.0
ELU 07	-1500.0	-7500.0	0.0
ELU 08	-1500.0	-8000.0	0.0
ELU 09	-1500.0	0.0	12500.0
ELU 10	-1500.0	0.0	15000.0
ELU 11	-1500.0	-7500.0	2500.0
ELU 12	-1500.0	-7500.0	5000.0

## 4.7.2.2. Combinações ELS

Quadro 4.19 - Lista de Combinações de Ações de ELS Consideradas nas Análises

ID	N [kN]	My [kN.m]	Mz [kN.m]
ELS 01 - C	0.00	-5380.00	0.00
ELS 01 - F	0.00	-4660.00	0.00
ELS 01 - QP	0.00	-3945.00	0.00
ELS 02 - C	0.00	0.00	9725.00
ELS 02 - F	0.00	0.00	8430.00
ELS 02 - QP	0.00	0.00	7130.00
ELS 03 - C	0.00	-5210.00	2170.00
ELS 03 - F	0.00	-4515.00	1880.0
ELS 03 - QP	0.00	-3820.00	1590.00
ELS 04 - C	-1500.00	-5880.00	0.00
ELS 04 - F	-1500.00	-5100.00	0.00
ELS 04 - QP	-1500.00	-4310.00	0.00
ELS 05 - C	-1500.00	0.00	11025.00
ELS 05 - F	-1500.00	0.00	9555.0
ELS 05 - QP	-1500.00	0.00	8085.00
ELS 06 - C	-1500.00	-5725.00	1910.00
ELS 06 - F	-1500.00	-4960.00	1655.00
ELS 06 - QP	-1500.00	-4200.00	1400.00

## 4.7.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO RC\_SECTION.PY COM RESULTADOS DE OUTRAS FERRAMENTAS DE CÁLCULO

## 4.7.3.1. Resultados das verificações ao Estado Limite Último

Quadro 4.20 - Comparação dos resultados das verificações ao Estado Limite Último

ID	Verificações	
	Rc.section	XD-CoSec
ELU 01	OK	OK
ELU 02	KO	-
ELU 03	OK	-
ELU 04	KO	-
ELU 05	OK	OK
ELU 06	KO	KO
ELU 07	OK	OK
ELU 08	KO	KO
ELU 09	OK	-
ELU 10	KO	-
ELU 11	OK	KO
ELU 12	KO	KO

São apresentados nas Figuras 4.14 e 4.15 os pontos das combinações testadas marcados em cima da curva da resistência para o esforço axial da combinação.

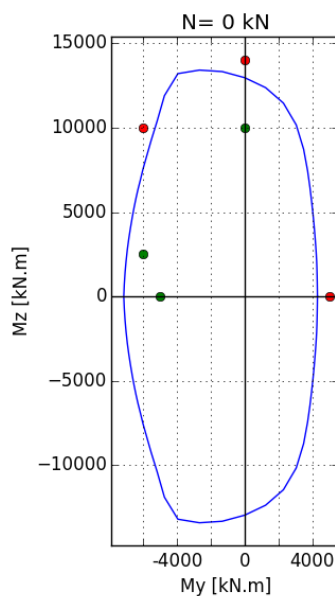


Fig. 4.14 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

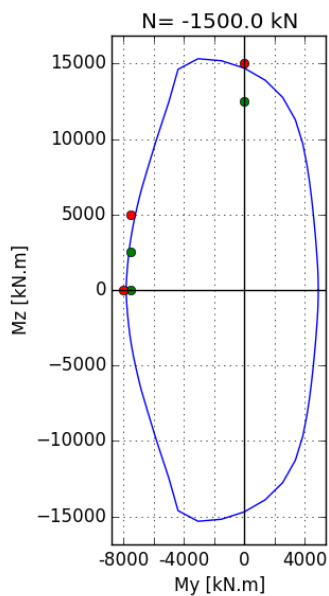


Fig. 4.15 - Curva de interação My-Mz para o esforço axial correspondente das combinações

## 4.7.3.2. Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço

Quadro 4.21 - Resultados das verificações ao Estado Limite de Serviço - Limitação de Tensões

ID	$f_c$	$f_s$	$0.6f_{ck}$ (18.00)	$0.8f_{yk}$ (400.00)	$0.45f_{ck}$ (13.50)
ELS 01 - C	22.93	374.39	KO	OK	-
ELS 01 - QP	17.79	-	-	-	KO
ELS 02 - C	13.17	459.96	OK	KO	-
ELS 02 - QP	9.88	-	-	-	OK
ELS 03 - C	24.79	398.15	KO	OK	-
ELS 03 - QP	19.52	-	-	-	KO
ELS 04 - C	24.21	337.33	KO	OK	-
ELS 04 - QP	18.74	-	-	-	KO
ELS 05 - C	15.33	446.36	OK	KO	-
ELS 05 - QP	11.70	-	-	-	OK
ELS 06 - C	25.58	355.99	KO	OK	-
ELS 06 - QP	20.05	-	-	-	KO

## 4.8. CONCLUSÕES

Após realizadas as comparações dos casos de estudo utilizando a ferramenta desenvolvida **Rc.section.py** e outros métodos de cálculo e análise, foi possível concluir que os resultados obtidos pela utilização do **Rc.section.py** foram resultados plausíveis dentro do esperado, por se encontrarem próximos dos obtidos pelas alternativas. Ficaram desta forma validados os resultados determinados pelo **Rc.section.py**, realçando-se na maioria dos casos um ligeiro ganho de resistência que estará relacionado com o facto de o software utilizado nas análises, OpenSees, ser um software que realiza análises não-lineares.

# 5

## CONCLUSÕES

### 5.1. SUMÁRIO E CONCLUSÕES

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho foi possível criar uma ferramenta juntamente com a sua API capaz de realizar verificações de segurança de secções de betão armado ao estado limite último e ao estado limite de serviço no controlo de tensões em conformidade com a norma europeia EC2 [1], para todas as geometrias implementadas no algoritmo de cálculo, sendo estas as secções retangulares, circulares, em T, em I e em U. Foi ainda possível a implementação das verificações do controle de fendilhação incluídas nas verificações ao estado limite de serviço, para secções retangulares quando solicitadas à flexão simples.

Tentando cumprir o objetivo da decisão do início do seu desenvolvimento, pensa-se que a aplicação irá ter grande interesse prático quando utilizada para apoio no processo de projeto de estruturas de betão armado, podendo agilizar o trabalho do engenheiro projetista de estruturas na hora da realização de verificações seccionais de segurança. Foram implementadas funcionalidades que por norma não são encontradas em ferramentas semelhantes, como é o caso do suporte para análise de listas com múltiplas combinações de ações com retorno de relatórios de cálculo, e acesso remoto à aplicação a partir de qualquer interface desenvolvida para tal, tirando assim partido das pontencialidades da computação na nuvem.

Embora nesta fase ainda não disponível para o utilizador final, a ferramenta foi utilizada para análises seccionais onde se teve em consideração o efeito de confinamento do betão provocado pela armadura resistente ao esforço transversal. Foram comparados resultados com os casos em que não foi considerado este efeito de confinamento, onde foi possível verificar que a consideração do confinamento se traduz num aumento de resistência e de ductilidade da secção analisada.

### 5.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Como desenvolvimentos futuros, e com o objetivo de melhorar a ferramenta construída ao longo deste trabalho, sugerem-se algumas propostas de desenvolvimento que não foram possíveis de implementar devido à limitação de tempo existente para o desenvolvimento da aplicação.

Uma das propostas que poderá ser das mais interessantes, seria a afinação e implementação da consideração do efeito do aumento da resistência do betão provocado pelo efeito de confinamento das armaduras resistentes ao esforço transversal, podendo desta forma disponibilizar esta funcionalidade para o utilizador final.

Outra proposta sugerida seria a adaptação do código para possibilitar a verificação de qualquer geometria

de secção, oferecendo assim a liberdade ao utilizador para testar geometrias que atualmente não estão contempladas pelo programa.

Pelo facto de associada à ferramenta ter sido desenvolvida uma API de acesso à mesma, seria uma proposta interessante a criação de uma interface visual web, que corresse recorrendo à utilização um web browser, possibilitando a interação da mesma com o utilizador de forma simples, intuitiva e acima de tudo, com a facilidade e flexibilidade de acesso que uma aplicação web nos transmite na experiência da sua utilização.

Para finalizar, seria também interessante acrescentar ao programa a possibilidade de realização das verificações de segurança apoiada noutras normas além do EC2. Tendo em conta que o programa está preparado para ser utilizado na Web, com acesso fácil de qualquer parte do mundo, seria interessante expandir a possibilidade da sua utilização para fora das fronteiras dos países afetados pelas regulamentações dos Eurocódigos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] IPQ. *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade, 2010.
- [2] Barros, Helena; Figueiras, Joaquim. *Tabelas e Ábacos de Dimensionamento de Secções de Betão Solicitadas à Flexão e a Esforços Axiais Segundo o Eurocódigo 2*. Porto, Portugal, 2010.
- [3] IPQ. *Eurocódigo 0: Bases para o projecto de estruturas*. Instituto Português da Qualidade, 2009.
- [4] Mander, John B; Priestley, Michael JN; Park, R. *Theoretical stress-strain model for confined concrete*. Journal of structural engineering, 1988.
- [5] Apontamentos da Unidade Curricular Estruturas de Betão 1, FEUP-MIEC.
- [6] McKenna, Frank. *OpenSEES: Open System for Earthquake Engineering Simulation*. Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER), University of California, Berkeley, CA, 2006.
- [7] Kopka, Helmut; Daly, Patrick W; Rahtz, SPQ. *Guide to LATEX*. Addison-Wesley Boston, MA, 2004.
- [8] <http://civilxd.web.ua.pt/XDcosec/default.html>. 2015.
- [9] <http://civilxd.web.ua.pt/XDconserv/default.html>. 2015.





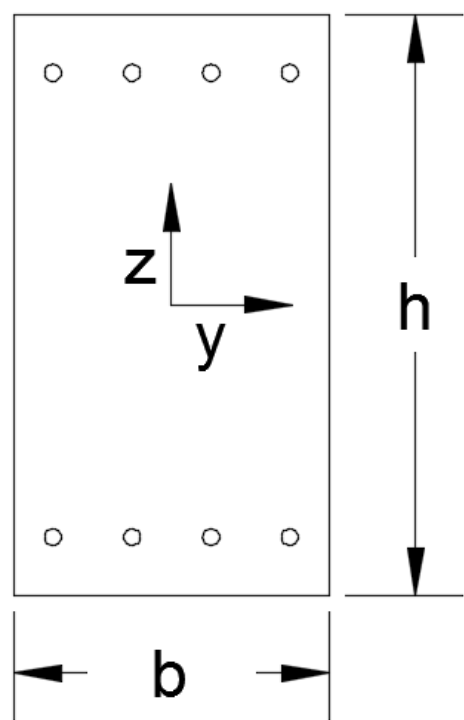
## **ANEXOS**



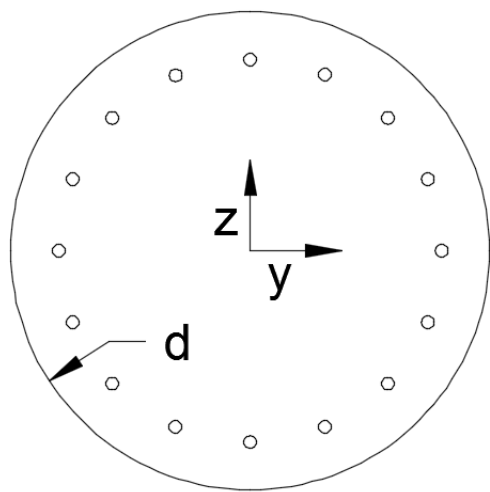
## **Anexo 1**

### **SECÇÕES - PARÂMETROS GEOMÉTRICOS**

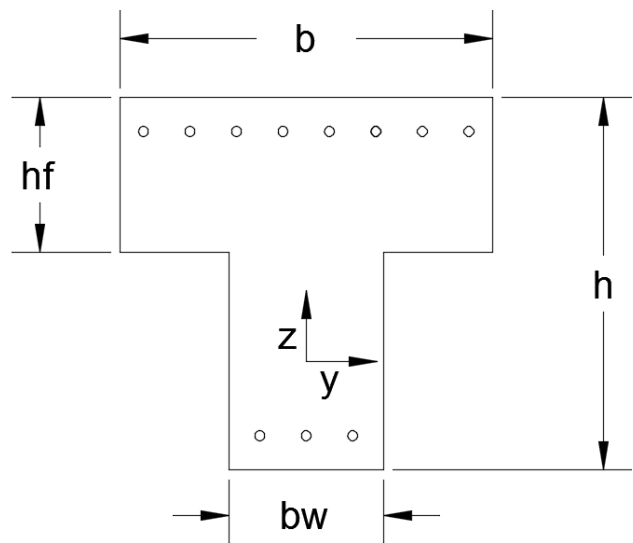
**SECÇÃO RECTANGULAR:**



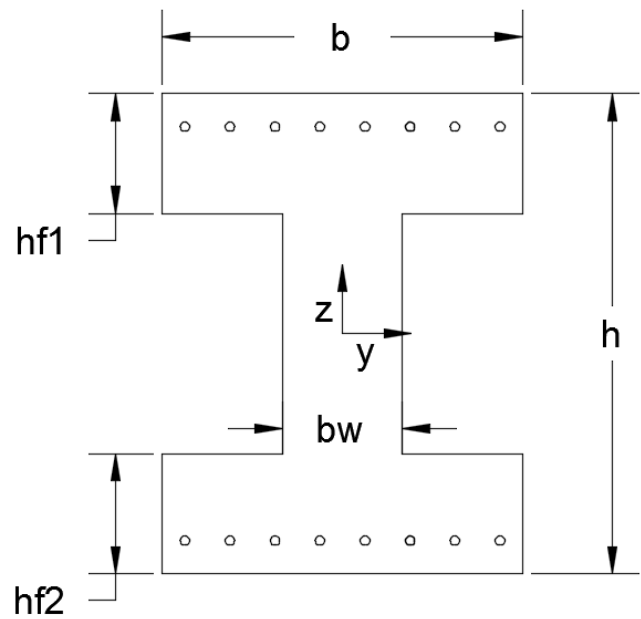
**SECÇÃO CIRCULAR:**



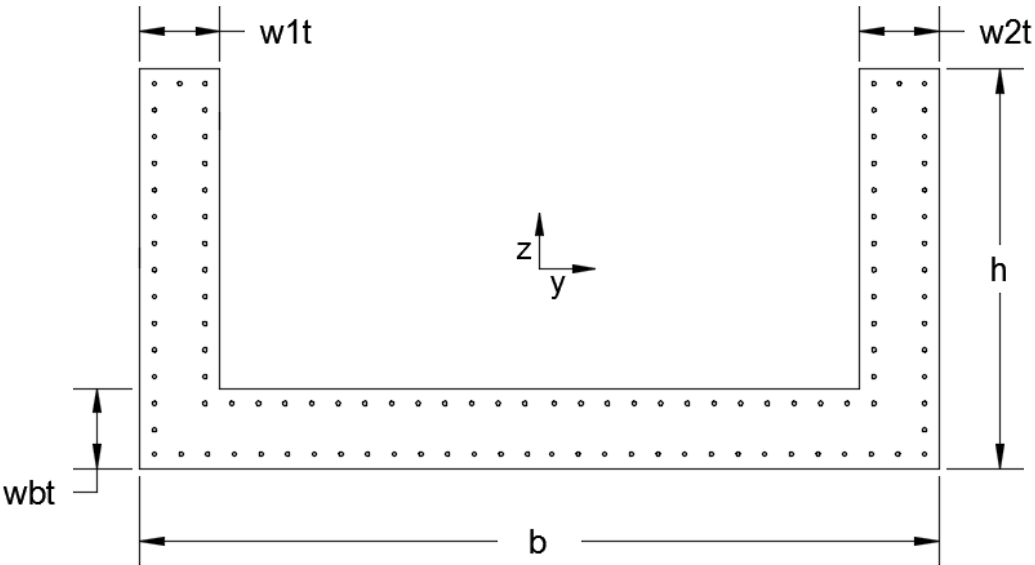
SECÇÃO EM T:



SECÇÃO EM I:



SECÇÃO EM U:



## **Anexo 3**

### **RELATÓRIOS DE ANÁLISES - XD-CoSEC**

XD-CoSec - Xpress Design of Concrete Sections

File Tools Help [See more about XD-CoSec!](#)

Calculation Parameters

ULS01 ULS02 ULS03 ULS04 ULS05 ULS06 ULS07 ULS08 ULS09 ULS10 ULS11 ULS12

### Checking of Rectangular Sections

#### Section Data

Materials Concrete Class **C30/37** Steel Class **A500**

Geometry		Long. Reinforcement		Trans. Reinforcement	
		n°	Diam.	Diam. (mm)	Spacing (m)
b (m)	0.3	As- 4	16	6	0.20
h (m)	0.55	As-w 0	10	Legs	As-w/s (cm/m) <sup>2</sup>
c <sub>mec</sub> (cm)	6.0	As+ 4	16	Y 2	2.8274
				Z 2	2.8274

Loads Bending: ☐ Simple ☐ Uniaxial+N ☒ Biaxial+N

N (kN) 0 My (kN.m) 100 Vy (kN) 0  
Mz (kN.m) 0 Vz (kN) 0

Results Bending ☒ Shear ☒

Bending Shear

Ultimate checking condition for Ned=Nrd

N = 0.00 kN  
My = 139.55 kN.m  
Mz = 0.00 kN.m  
Reinforcement usage = 62.7 %

Tensile/Compression Limits  
N<sub>Rd</sub> (kN) -699.35 / 3943.4

Interaction Diagrams  
My+N My+Mz+N Abaco

#### Current Section Representation

Check Change visualization

Calculation of reinforced concrete sections according to Eurocode 2 University of Aveiro - Civil Engineering Department

XD-CoSec - Xpress Design of Concrete Sections

File Tools Help [See more about XD-CoSec!](#)

Calculation Parameters

ULS01 ULS02 ULS03 ULS04 ULS05 ULS06 ULS07 ULS08 ULS09 ULS10 ULS11 ULS12

### Checking of T-shaped Sections

#### Section Data

Materials Concrete Class **C30/37** Steel Class **A500**

Geometry		Long. Reinforcement		Trans. Reinforcement	
		n°	Diam.	As-w	As-f
bf (m)	0.6	As- 8	16	Legs 2	2
hf (m)	0.25	As-int 0	12	Diam. (mm) 6	6
bw (m)	0.25	As-inf 0	12	Spacing (m) 0.20	0.20
hw (m)	0.35	As-w 0	12	As/s (cm/m) <sup>2</sup>	2.8274
c <sub>mec</sub> (cm)	6.0	As+ 3	16		2.8274

Loads Bending: ☐ Simple ☐ Uniaxial+N ☒ Biaxial+N

N (kN) 0 My (kN.m) 100  
Vy (kN) 0 Mz (kN.m) 0

Results Bending ☒ Shear ☒

Bending Shear

Ultimate checking condition for Ned=Nrd

N = 0.00 kN  
My = 137.99 kN.m  
Mz = 0.00 kN.m  
Reinforcement usage = 72.5 %

Tensile/Compression Limits  
N<sub>Rd</sub> (kN) -961.6 / 5634.67

Interaction Diagrams  
Composta Desviada Abaco

#### Current Section Representation

Check Change visualization

Calculation of reinforced concrete sections according to Eurocode 2 University of Aveiro - Civil Engineering Department



XD-CoSec - Xpress Design of Concrete Sections  
 File Tools Help [See more about XD-CoSec!](#)

ULS01 ULS02 ULS03 ULS04 ULS05 ULS06 ULS07 ULS08 ULS09 ULS10 ULS11 ULS12

## Checking of U-shaped Sections

### Section Data

**Materials** Concrete Class C30/37 Steel Class A500

**Geometry**

h (m) 1.5  
 b (m) 3  
 tf (m) .3  
 tw (m) .3  
 c<sub>meo</sub> (cm) 6.0

**Long. Reinforcement**

	n°	Diam.
As <sub>1</sub>	<span>30</span>	<span>16</span>
As <sub>2</sub>	<span>26</span>	<span>16</span>
As <sub>3</sub>	<span>14</span>	<span>16</span>
As <sub>4</sub>	<span>12</span>	<span>16</span>
As <sub>5</sub>	<span>1</span>	<span>16</span>

**Trans. Reinforcement**

As<sub>w</sub> 2  
 Legs 6  
 Diam. (mm) 6  
 Spacing (m) 0.20  
 As/s (cm<sup>2</sup>/m) 2.8274

**Loads** Bending : ☐ Simple ☐ Uniaxial+N ☒ Biaxial+N

N (kN) 0 My (kN.m) 5000  
 Vy (kN) 0 Mz (kN.m) 0

**Results** Bending ✓ Shear ✓

Bending Shear

**Ultimate checking condition for Ned=Nrd**

N = **0.00** kN  
 My = **7129.51** kN.m  
 Mz = **0.00** kN.m

Reinforcement usage = **70.1** %

**Tensile/Compression Limits**

N<sub>Rd</sub> (kN) -9616.01 / 41246.72

**Interaction Diagrams**

My+N My+My+N Abacus

### Current Section Representation

Calculation of reinforced concrete sections according to Eurocode 2

University of Aveiro - Civil Engineering Department